

4.ÜNİTE

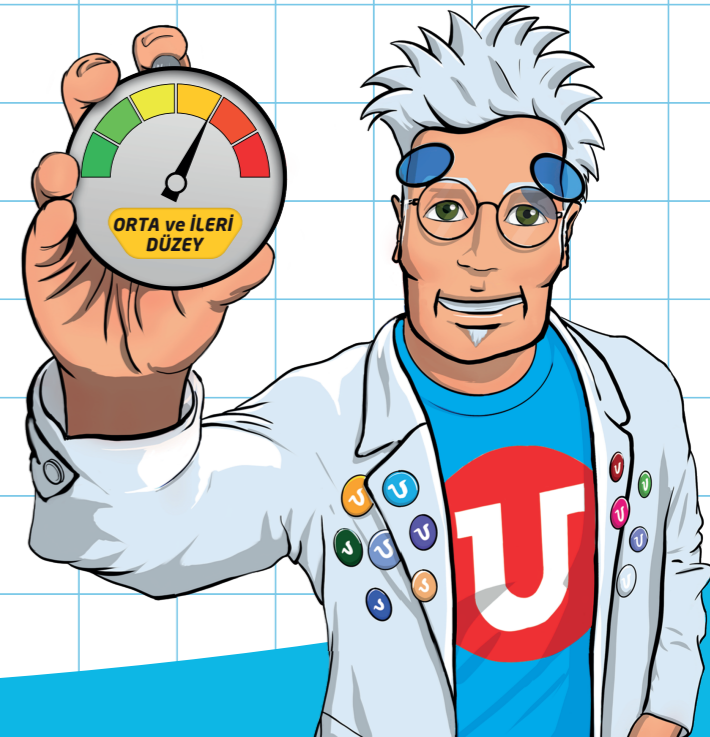


TYT Orta ve İleri Düzey Matematik Soru Bankası

Karmaşık Sayılar



ALİ ALBAN - ŞÜKRÜ SATAR



KARMAŞIK SAYILAR

$x^2 = -1$ denkleminin reel sayılarda çözümü olmadığından $\sqrt{-1}$ sayısı i sembolü ile gösterilerek en geniş sayı kümesi ortaya çıkarılmıştır.

i nin Kuvvetleri

$$i^0 = i^4 = \dots = i^{4n} = 1$$

$$i^1 = i^5 = \dots = i^{4n+1} = i$$

$$i^2 = i^6 = \dots = i^{4n+2} = -1$$

$$i^3 = i^7 = \dots = i^{4n+3} = -i$$

$$z = \frac{\sqrt{-6} \cdot \sqrt{-12} \cdot \sqrt{-2}}{\sqrt{-9} \cdot \sqrt{-1}}$$

ifadesinin sadeleşmiş şekli nedir?

A) $-4i$

B) $-2i$

C) $2i$

D) 4

E) $4i$

UZMANLAR
YAYINLARI

SORU

$a < b < c$ olmak üzere

$$\sqrt{a-b} + \sqrt{c-a} = \sqrt{-25} - \sqrt[3]{-8}$$

olduğuna göre $b - c$ kaçtır?

A) -49

B) -29

C) 21

D) 29

E) 49

UZMAN
YAYINLARI

SORU

a, b ve c farklı birer pozitif tam sayı ve i sanal birim olmak üzere,

$$i^a + i^b + i^c = 1 - 2i$$

olduğuna göre,

- I. $a + b + c$ çifttir.
- II. $a + b + c$ toplamı en az 12 dir.
- III. $b + c$ toplamı 4'e tam bölünmez.

yargılarından hangisi veya hangileri doğrudur?

- A) Yalnız II B) I ve II C) II ve III
D) I ve III E) I, II ve III

NOT

$$(1 + i)^2 = 2i$$

$$(1 - i)^2 = -2i$$

UZMAN
YAYINLARI

SORU

$$(1 + i)^{20} \cdot (1 - i)^{21}$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) -20^{20}

B) $-20^{20}(1 - i)$

C) $2^{20}(1 - i)$

D) $2^{20}(1 + i)$

E) 2^{20}

UZMANLARIN
YAYINLARI

SORU

$n, m \in \mathbb{N}$ ve $n < m$ olmak üzere,

$$\boxed{n} \boxed{m} = i^n + i^{n+1} + \dots + i^m$$

şeklinde tanımlanıyor.

m iki basamaklı bir sayı olmak üzere,

$$\boxed{6} \boxed{m}$$

ifadesinin sonucu reel sayı ise m nin alabileceği en büyük ve en küçük değerleri toplamı kaçtır?

- A) 109 B) 108 C) 107 D) 106 E) 105

SORU

$$x^2 - 5x + 8 - n = 0$$

denkleminin reel sayılarda çözüm kümesinin ol-
maması için n sayısının en büyük tamsayı değeri
kaçtır?

A) - 1

B) 0

C) 1

D) 2

E) 3

YAYINLARI

SORU

$$x^{n-4} + (m-5).x + 16 = 0$$

ikinci dereceden denklemin çakışık iki kökü varsa, $m+n$ nin en küçük değeri kaçtır?

- A) - 3 B) - 2 C) 1 D) 3 E) 19

Tanım:

a ve b gerçel sayılar ve $i^2 = -1$ olmak üzere, $z = a + ib$ şeklinde ifade edilen z sayısına karmaşık sayı denir. Karmaşık sayılar \mathbb{C} ile gösterilir.

$$\mathbb{C} = \{z \mid z = a + ib; a, b \in \mathbb{R} \text{ ve } i^2 = -1\}$$

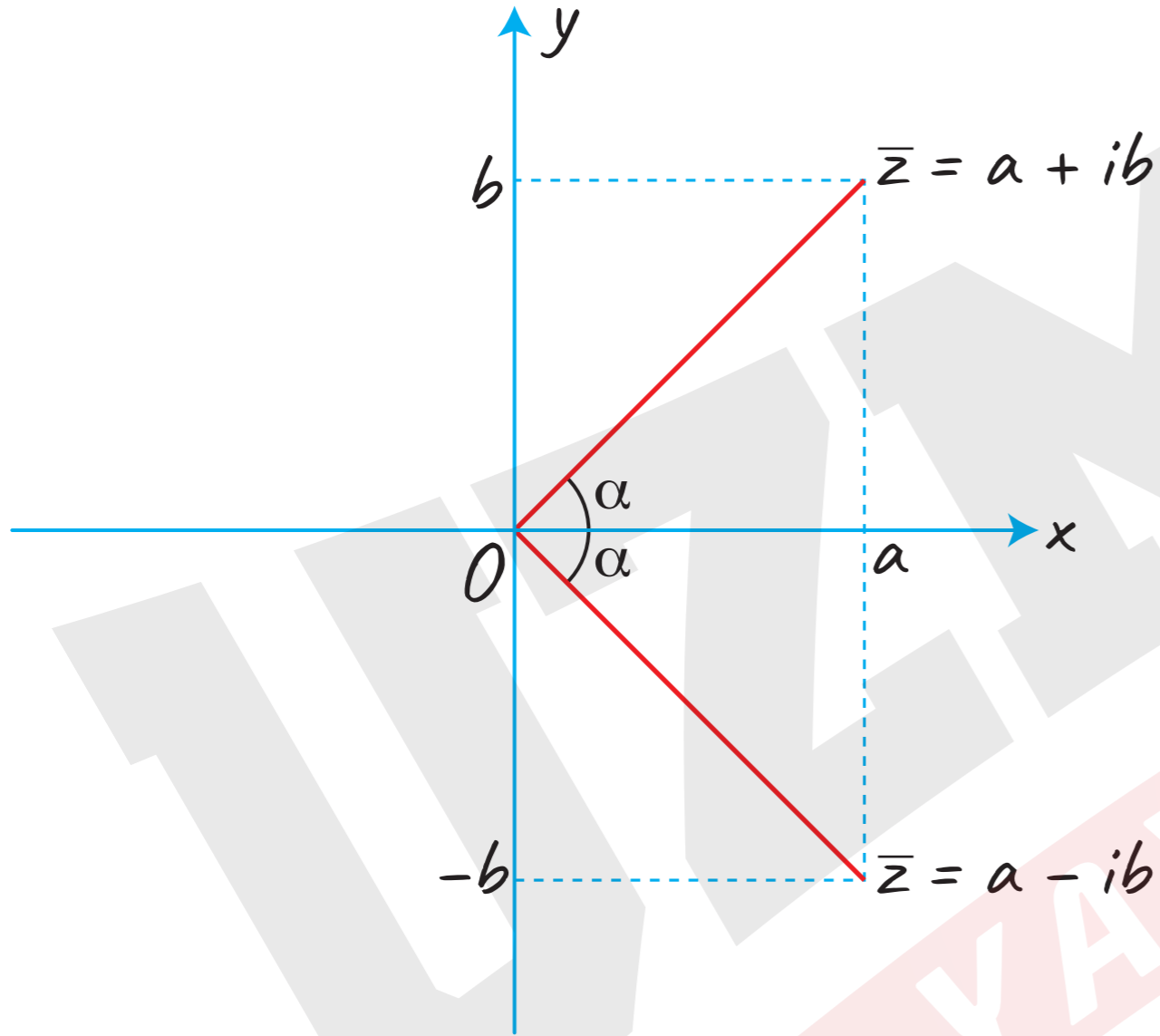
$z = a + ib$ karmaşık sayısının

Reel kısmı $\Rightarrow \operatorname{Re}(z) = a$

Sanal(imajiner) kısmı $\Rightarrow \operatorname{Im}(z) = b$ dir.

Bir Karmaşık Sayının Eşleniği

Bir karmaşık sayının eşleniği x (reel eksen) eksenine göre simetriğidir.



$$z = a + ib \Rightarrow \bar{z} = a - ib \text{ dir.}$$

$$z \cdot \bar{z} = (a + ib)(a - ib) = a^2 + b^2 \text{ dir.}$$

Karmaşık sayılarda Dört İşlem

1. Toplama - Çıkarma

Karmaşık sayılarda toplama - çıkarma işlemi yapılırken reel kısım reel kısım, sanal kısım sanal kısım ile toplanır ya da çıkarılır.

2. Çarpma

Karmaşık sayılarda çarpma dağılma özelliği yapılarak bulunur.

3. Bölme

Karmaşık sayılarda bölmenin amacı paydada sanal kısmın bulunmaması olduğundan pay ve paydanın eşleniği ile çarpılır.

SORU

$$z_1 = 1+i$$

$$z_2 = 1-i$$

veriliyor. $\frac{z_1 - z_2 + 2}{\bar{z}_1 + \bar{z}_2}$ sayısının eğiti nedir?

A) $1+i$

B) $1-i$

C) $2i$

D) $-2i$

E) 2

SORU

a ve b reel sayı olmak üzere,

$$x^2 + ax + b = 0$$

denkleminin kökleri reel olmayan m ve n sayıdır.

$$m \cdot (2 - i) = 4 + n$$

olduğu bilindiğine göre, a + b toplamı kaçtır?

- A) 4 B) 8 C) 12 D) 16 E) 20

SORU

z bir karmaşık sayı ve

$$\frac{z^2 + 16}{z - 4i} + \frac{z^2 + 1}{z + i} = 6 + 5i$$

olduğuna göre \bar{z} aşağıdakilerden hangisidir?

A) $1 - i$

B) $1 + i$

C) $3 + i$

D) $3 - i$

E) $2 - i$

YAYINLARI

SORU

$$x^2 - z \cdot (1 + i) \cdot x + 8 = 0$$

denklemini veriliyor.

Bu denklemin,

- Katsayıları reeldir.
- Köklerinden biri $z = a + bi$ dir.

Buna göre $a \cdot b$ değeri kaçtır?

- A) 4 B) 2 C) 1 D) -2 E) -4

SORU

$$x^2 - 4x + 13 = 0$$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{-i, i\}$

B) $\{-2i, 2i\}$

C) $\{-3i, 3i\}$

D) $\{1 - 2i, 1 + 2i\}$

E) $\{2 - 3i, 2 + 3i\}$

YAYINLARI

SORU

$z = 5 + 3i$ olmak üzere, kökleri

$$z + \bar{z} \text{ ve } \frac{8 \cdot z \cdot \bar{z}}{17}$$

olan ikinci dereceden denklem aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2 - 10x + 16 = 0$

B) $x^2 + 10x + 16 = 0$

C) $x^2 - 26x + 160 = 0$

D) $x^2 + 26x + 160 = 0$

E) $x^2 - 26x + 16 = 0$

YAYINLARI

NOT

İkinci dereceden reel katsayılı denklemin köklerden biri

$x_1 = a + bi$ ise diğeri $x_2 = a - bi$ dir.

UZMAN
YAYINLARI

SORU

Köklerinden bir $2 - 3i$ olan reel katsayılı ikinci dereceden denklem aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2 - 4x + 13 = 0$

B) $x^2 - 4x - 13 = 0$

C) $x^2 - 6x + 13 = 0$

D) $x^2 + 6x + 13 = 0$

E) $x^2 + 4x + 13 = 0$

YAYINLARI