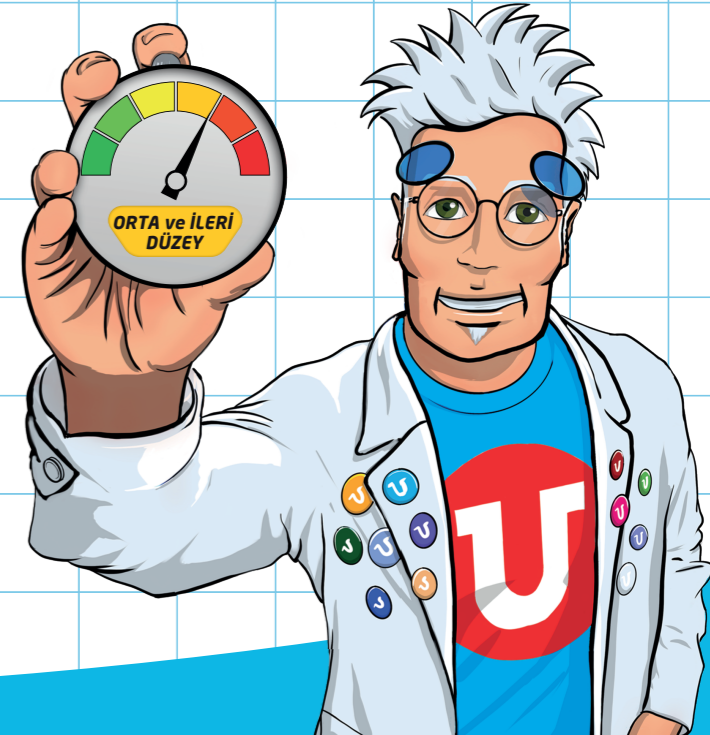


4.ÜNİTE



TYT Orta ve İleri Düzey Matematik Soru Bankası

Ters ve Bileşke Fonksiyon



ALİ ALBAN - ŞÜKRÜ SATAR

Bir Fonksiyonun Tersisi

$f: A \rightarrow B$ fonksiyonu birebir ve örten ise tersi vardır.

$$y = f(x)$$

$$f^{-1}: B \rightarrow A$$

$$f^{-1}(y) = x \text{ dir.}$$

Fonksiyonun tersi ile ilgili önemli noktalar.

→ x 'i yalnız bırakmak anlamına gelir.

→ $y = x$ doğrusuna göre simetriği anlamındadır.

Not

$ax + b$ nin tersi $\frac{x - b}{a}$ dir.

$$f(x) = 2x - 7$$

$$f(x) = 5 - x$$

$$f(x) = 5 - 3x$$

$$f(x) = 2x$$

$$f(x) = \frac{x - 3}{2}$$

YAYINLARI

Not

$$f: \mathbb{R} - \left\{ -\frac{d}{c} \right\} \rightarrow \mathbb{R} - \left\{ \frac{a}{c} \right\}$$

$$f(x) = \frac{ax + b}{cx + d} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-dx + b}{cx - a}$$

$$f(x) = \frac{3x + 5}{x - 1} \quad f(x) = \frac{x - 5}{2x + 3}$$

$$f(x) = \frac{3x + 7}{9x - 3} \quad f(x) = \frac{5 - x}{x - 3}$$

Bir ifadeyi x yapmanın en pratik yoludur.

UZMANLARI

SORU

$$f : \mathbb{R} - \left\{ \frac{5}{2} \right\} \rightarrow \mathbb{R} - \left\{ \frac{3}{2} \right\} \text{ için}$$

$$x = \frac{3f(x) + 4}{2f(x) - 5}$$

olduğuna göre, $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = \frac{3x + 4}{2x - 5}$

B) $y = \frac{3x + 4}{2x + 5}$

C) $y = \frac{5x + 4}{2x - 2}$

D) $y = \frac{5x + 4}{2x + 2}$

E) $y = \frac{-3x + 4}{2x - 5}$

SORU

$$f\left(\frac{x-3}{4}\right) = x-5$$

ise $f^{-1}(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = \frac{x-4}{4}$

B) $y = \frac{x-2}{4}$

C) $y = \frac{x+2}{4}$

D) $y = \frac{x+4}{4}$

E) $y = \frac{x+4}{2}$

YAYINLARI

SORU

$f: (-\infty, 3] \rightarrow [-6, \infty)$ olmak üzere,

$$f(x) = x^2 - 6x + 3$$

fonksiyonunun tersini bulunuz.

Çözüm:

$$y = x^2 - 6x + 9 - 6$$

$$y + 6 = (x - 3)^2$$

$$\sqrt{y + 6} = x - 3$$

$$x = \sqrt{y + 6} + 3$$

$$f^{-1}(x) = \sqrt{x + 6} + 3$$

I. Adım

II. Adım

III. Adım

IV. Adım

V. Adım

Yukarıdaki soruyu çözen Kenan kaçınıcı adımda hata yapmıştır?

A) I. Adım

B) II. Adım

C) III. Adım

D) IV. Adım

E) V. Adım

SORU

$f: \mathbb{R} - \left\{\frac{3}{2}\right\} \rightarrow \mathbb{R} - \left\{\frac{3}{2}\right\}$ tanımlanan,

$$f(x) = \frac{3x - 1}{2x - 3}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre

$$\underbrace{(f \circ f \circ f \dots \circ f)(x)}_{2018 \text{ tane}}$$

ifadesinin eşiti nedir?

A) $-x$

D) x

B) $\frac{1}{x}$

E) $3x$

C) $\frac{3x - 1}{2x - 3}$

SORU

n , pozitif bir tam sayı olmak üzere,

$$A = \{1, 2, 3, \dots, n - 1\}$$

kümesi veriliyor.

$f : A \rightarrow A$ tanımlı $f(x) = n - x$ fonksiyonu için,

- I. Birebirdir.
- II. Örtendir.
- III. $f(a) = a$ koşulunu sağlayan bir $a \in A$ varsa $s(A) = 2a - 1$ dir.

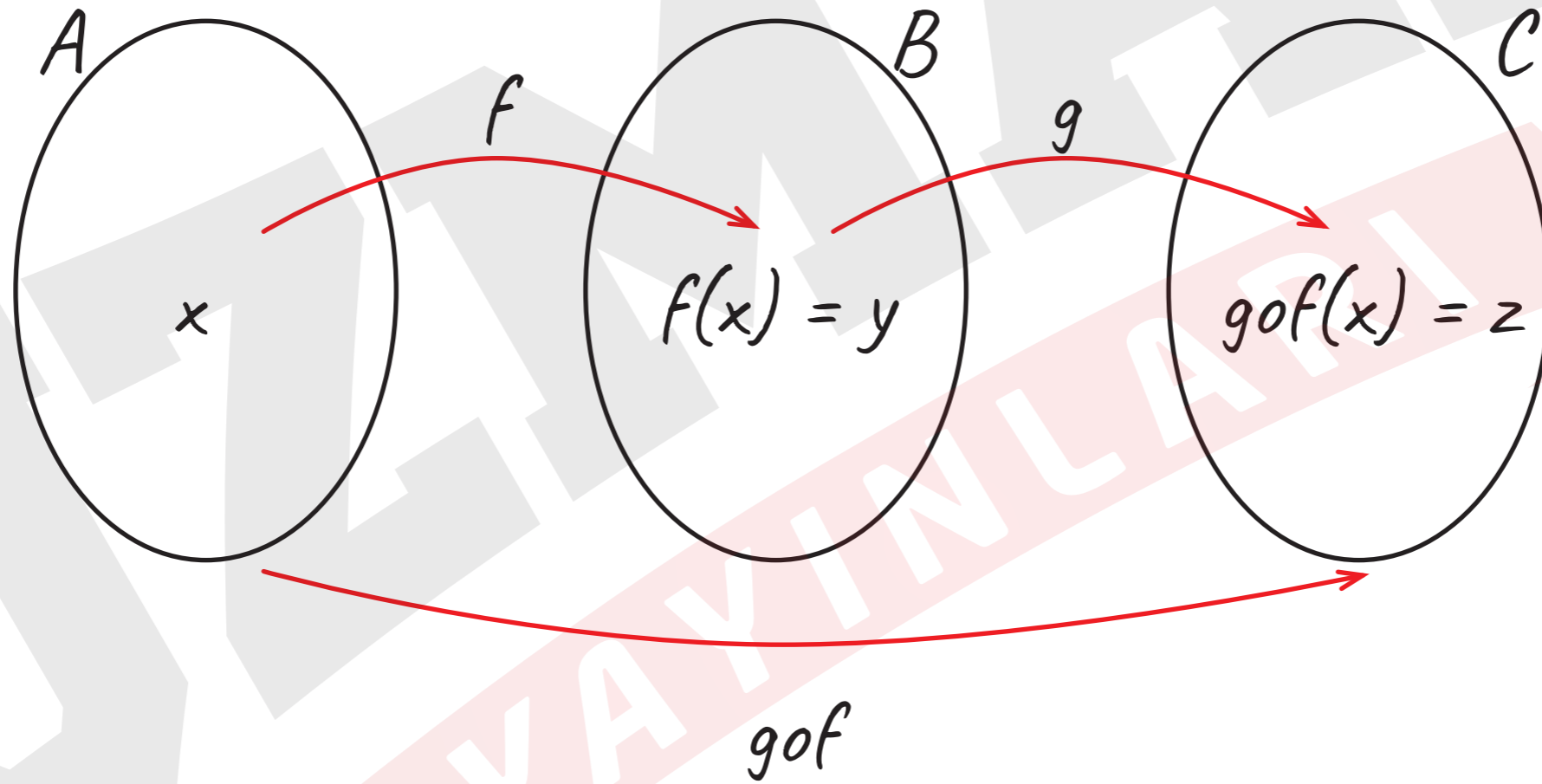
ifadelerinden hangileri daima doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) I ve III
D) II ve III E) I, II ve III

Bileşke Fonksiyon

$f: A \rightarrow B$ ve $g: B \rightarrow C$ olmak üzere

$(g \circ f): A \rightarrow C$ fonksiyonuna bileşke fonksiyon denir.



$$g \circ f(x) = g(f(x)) \text{ dir.}$$

Bileşke ve Ters Fonksiyonun Özellikleri

$$\rightarrow (f \circ f^{-1})(x) = (f^{-1} \circ f)(x) = x$$

$$\rightarrow (f \circ g)^{-1}(x) = (g^{-1} \circ f^{-1})(x)$$

$$\rightarrow (f^{-1})^{-1}(x) = f(x)$$

Örnek

$$f(2x + 1) = 3x - 5$$

$$g(3x - 4) = 6x + 1$$

ise $(f \circ g)(5)$ değeri kaçtır?

A) 4

B) 22

C) 27

D) 25

E) 40

UZMANN
YAYINLARI

SORU

$$(g \circ f)(x) = \frac{2f(x) + 4}{5}$$

ise $g(8)$ kaçtır?

A) 12

B) 10

C) 8

D) 6

E) 4

UZMAN
YAYINLARI

Örnek

$$f(x) = \begin{cases} x + 4; & x \leq 3 \text{ ise} \\ 2x - 7; & x > 3 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

$$(f \circ f)(a) = 3$$

ise a nın alacağı değerler toplamı kaçtır?

A) -5

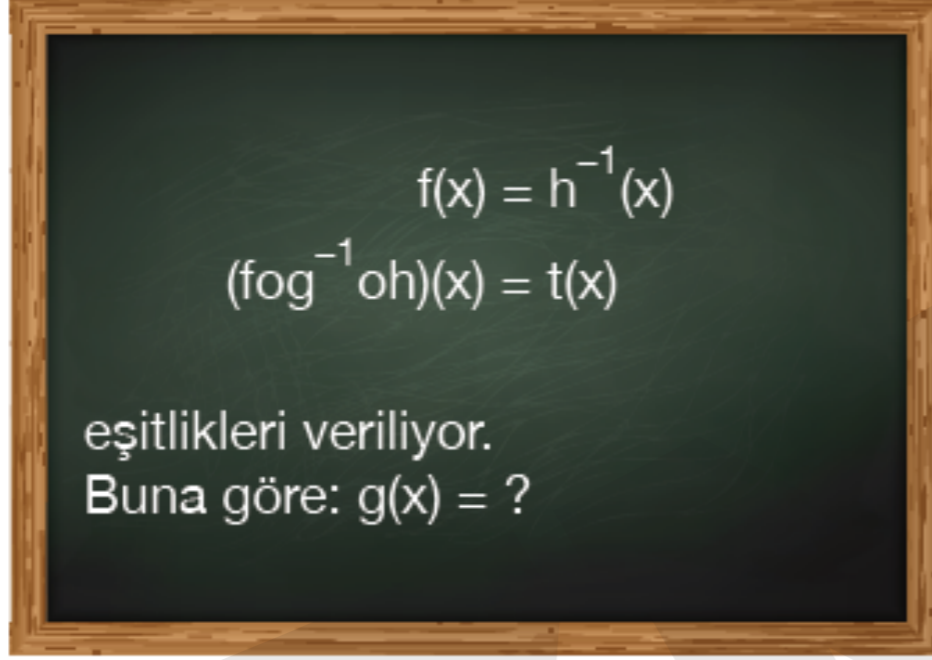
B) -4

C) 1

D) 2

E) 7

SORU



Yusuf öğretmen tahtadaki soruyu öğrencilerine sormuş ve üç öğrenci aşağıdaki cevapları vermiştir.

Banu: $(h \circ t^{-1} \circ h^{-1})(x)$

İlhan: $(h \circ t \circ f)^{-1}(x)$

Batur: $(f \circ t^{-1} \circ f^{-1})(x)$

Buna göre hangi öğrenciler doğru cevap vermiştir?

A) Batur

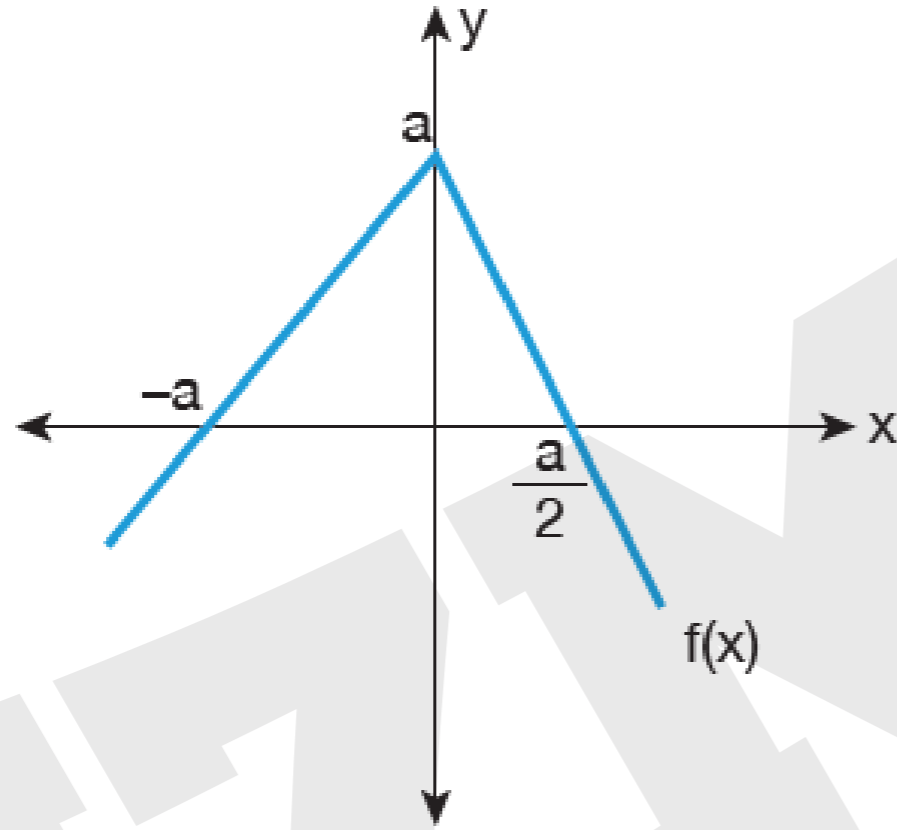
B) İlhan ve Banu

C) Batur ve İlhan

D) Batur ve Banu

E) Hepsi

SORU



Yukarıda $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

$\underbrace{(\text{fofof...of})}_{1001 \text{ tane}}(-a)$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $-a$ B) $-\frac{a}{2}$ C) 0 D) $\frac{a}{2}$ E) a

SORU

$f(x)$ doğrusal ve $g(x)$ birim fonksiyondur.

$$(f \circ g)(a) = 4$$

$$(f \circ g)^{-1}(6) = b$$

$$f(g(c)) = 10$$

olduğuna göre c nin a ve b türünden eşiti nedir?

A) $3b - 2a$

B) $2b - 3a$

C) $2(b - a)$

D) $3b + 2a$

E) $2a + 3b$

YAYINLARI

SORU

$$(f \circ g)(x) = 4x - 1$$

$$(g^{-1} \circ h)(x) = x - 3$$

olduğuna göre, $(f \circ h)(x)$ aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = 4x - 13$

B) $y = 4x - 11$

C) $y = 4x - 3$

D) $y = 4x - 4$

E) $y = 4x + 4$

YAYINLARI

SORU

$$f^{-1}(x^2 - x - 2) = g\left(\frac{3x - 6}{x}\right)$$

ise $(f \circ g)(2)$ kaçtır?

A) 32

B) 30

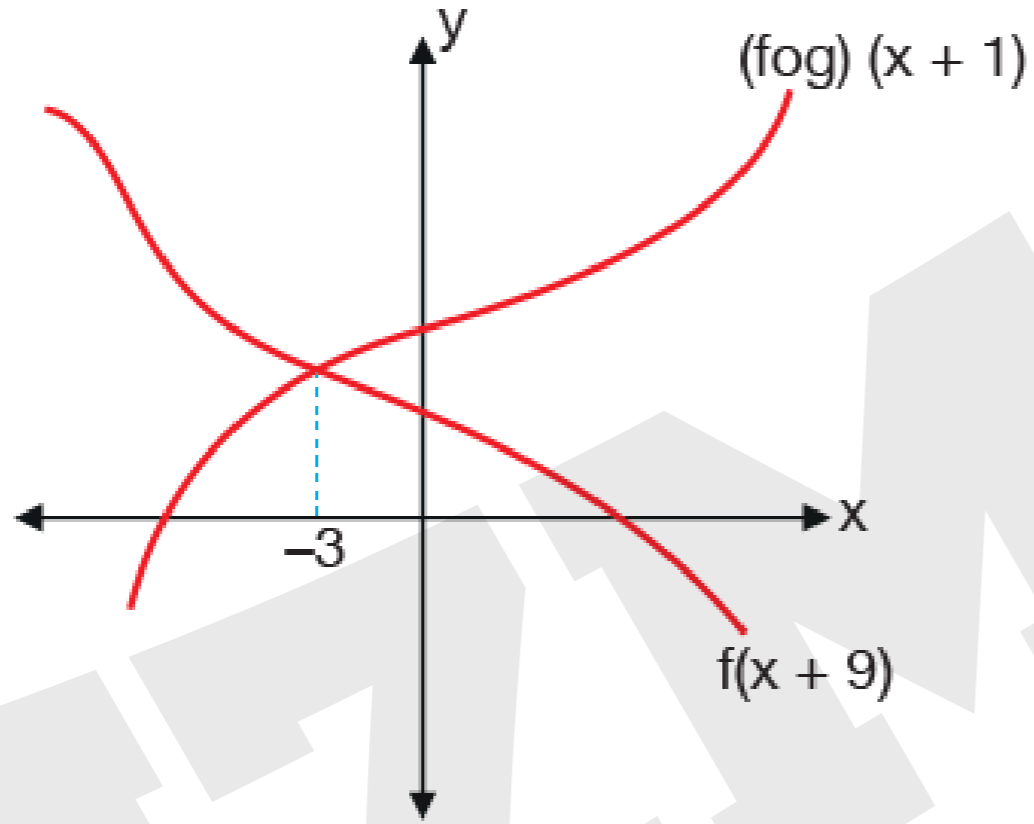
C) 28

D) -2

E) -10

UZMAN
YAYINLARI

SORU



Yukarıda $(f \circ g)(x + 1)$ ve $f(x + 9)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

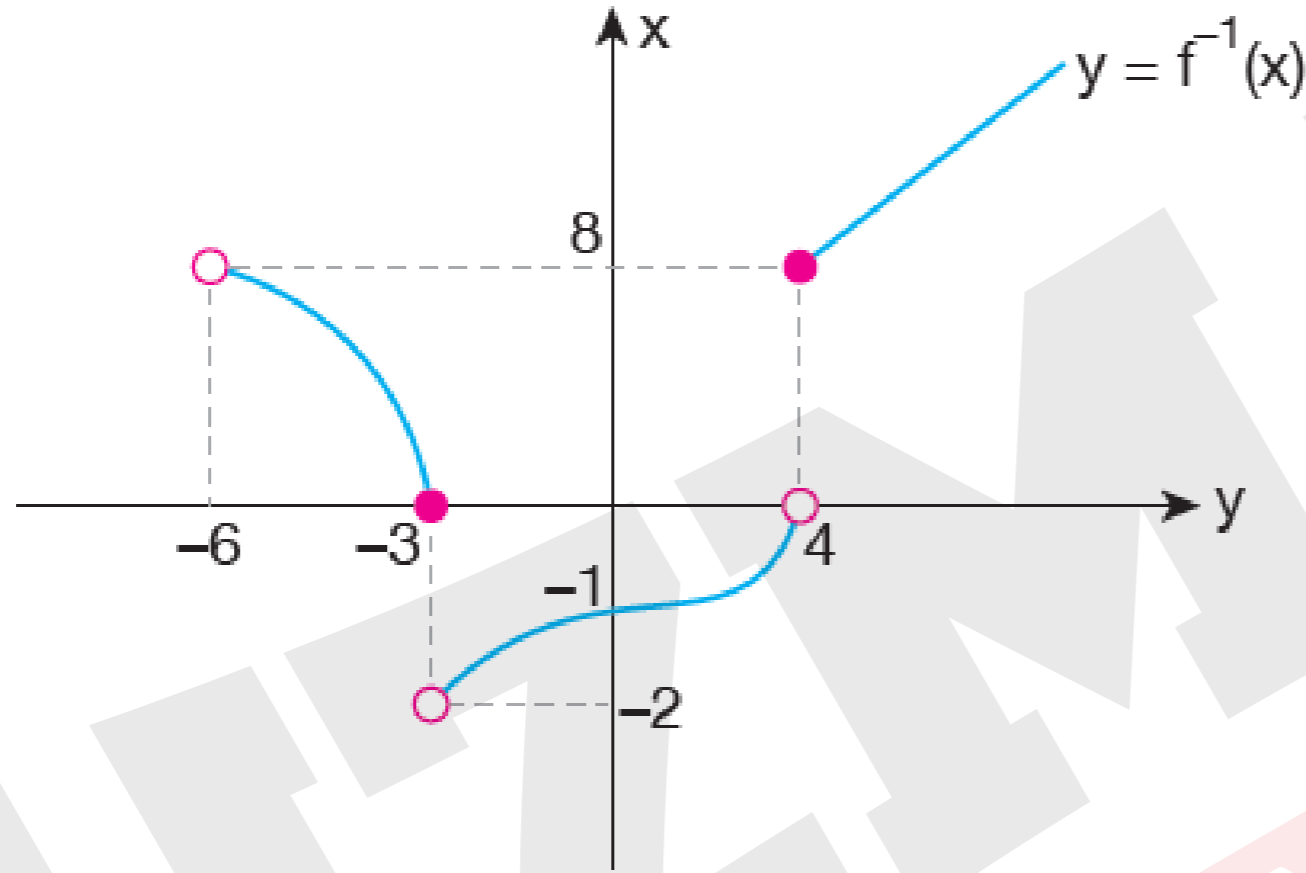
Buna göre,

$$g^{-1}(6)$$

değeri kaçtır?

- A) -6 B) -5 C) -4 D) -3 E) -2

SORU



Yukarıda verilen grafiğe göre, $(f \circ f)(-1) + f(8)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9