

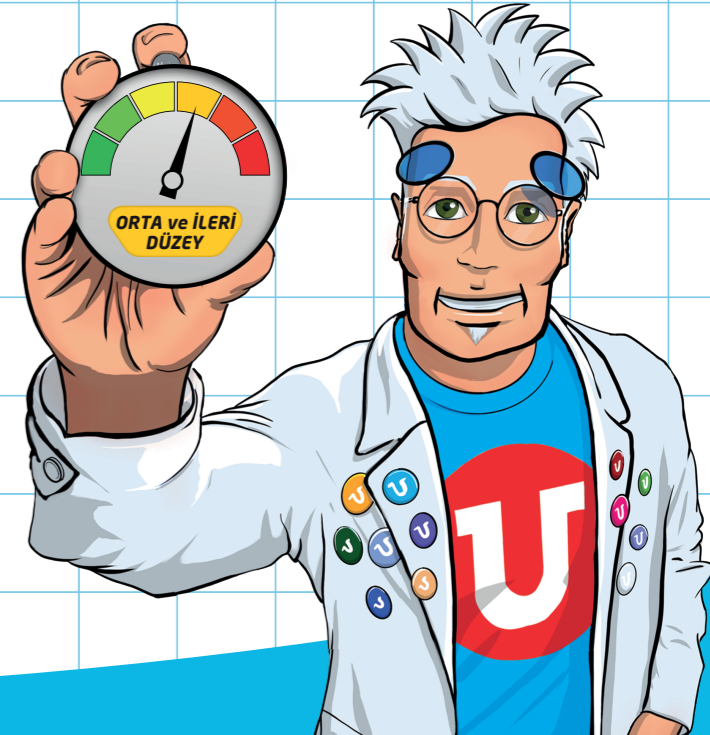
9.ÜNİTE



# AYT Orta ve İleri Düzey Matematik Soru Bankası

## Belirli İntegral

ALİ ALBAN - ABDULLAH SARIGÜL



# BELİRLİ İNTEGRAL

**Belirli integralin özellikler**

**Tek Ve Çift Fonksiyonların integrali**

**Riemann Toplamı**

# BELİRLİ İNTEGRAL

$$\int_a^b f(x) dx = f(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

Şeklinde tanımlanır.



UZMANLARIN  
YAYINLARI

**Örnek:**

$$\int_1^2 (3x^2 + 4x - 3) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) 8

B) 9

C) 10

D) 11

E) 12



**Örnek:**

$$x^2 - 4x + 2 = 0$$

denkleminin kökleri  $x_1$  ve  $x_2$  dir.

**Buna göre,**

$$\int_{-x_1}^{x_2} (3x^2 - 1) dx$$

**integralinin değeri kaçtır?**

A) 36

B) 40

C) 42

D) 44

E) 46



**Örnek:**

**$a - b = -4$  ve**

$$\int_a^b (3x^2 - 2) dx = 32$$

**olduğuna göre,**

$$\int_a^b 2x dx$$

**integralinin pozitif değeri kaçtır?**

A)  $4\sqrt{2}$

B)  $4\sqrt{5}$

C)  $8\sqrt{2}$

D)  $8\sqrt{5}$

E)  $16\sqrt{5}$



## Örnek:

$$f(x) = \frac{4x + 1}{2x - 6}$$

$$g(x) = \frac{3x + 1}{x - 4}$$

fonksiyonları veriliyor.

$$\int_{-1}^m (f \circ g)(2x) dx = \frac{3}{2}$$

olduğuna göre, m'nin alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

A) -9

B) -4

C) -1

D) 1

E) 4



## Örnek:

$$\int_0^5 \frac{\sqrt[4]{3x+1} + 1}{\sqrt{3x+1}} dx$$

integralinde  $\sqrt[4]{3x+1} = u$  dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A)  $\int_1^2 (u^2 + u) du$

B)  $\frac{3}{4} \int_1^2 (u^2 + u) du$

C)  $\frac{4}{3} \int_1^2 (u^3 + u^2) du$

D)  $\frac{4}{3} \int_1^2 (u^2 + u) du$

E)  $\frac{3}{4} \int_1^2 (u^3 + u^2) du$



**Örnek:**

$$\int_{-1}^3 (f(2x - 1) + x) dx = 12$$

**olduğuna göre,**

$$\int_{-4}^4 (f(x + 1) + x^3 + 1) dx$$

**integralinin değeri kaçtır?**

A) 18

B) 20

C) 22

D) 24

E) 26



**Örnek:**

$$\int_1^3 \frac{x^2}{x+2} dx = A$$

olduğuna göre,

$$\int_1^3 \frac{1}{x+2} dx$$

integralinin A türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $-\frac{A}{4}$

B)  $-\frac{A}{2}$

C) A

D)  $\frac{A}{2}$

E)  $\frac{A}{4}$



# BELİRLİ İNTEGRALIN ÖZELLİKLER

$$1. \int_a^a f(x)dx = 0$$

$$2. \int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$$

$$3. \int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx, (c \in (a,b))$$



**Örnek:**

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x < 1 \\ x^2 - 1, & x \geq 1 \end{cases}$$

olduğuna göre,

$$\int_0^3 x \cdot f(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A)  $\frac{33}{12}$

B)  $\frac{16}{3}$

C) 16

D)  $\frac{65}{4}$

E)  $\frac{33}{2}$



$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 1, & x \geq 4 \\ 4x^3 - 2x, & x < 4 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor. Buna göre,

$$\int_1^6 f(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır ?



UZMANLARIN  
YAYINLARI

$$\int_{-3}^5 |3x^2 - 12| dx$$

integralinin değeri kaçtır ?

UZMANLARIN

YAYINLARI



**Örnek:**

$$\int_{-4}^4 (|x - 4| - |x + 2|) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

A) 12

B) 15

C) 18

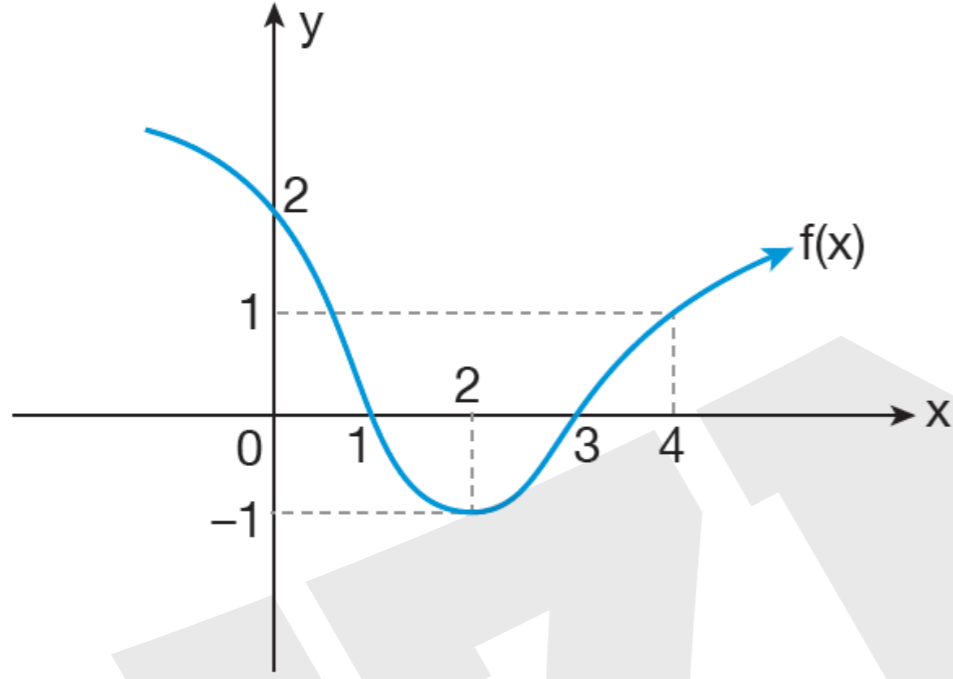
D) 24

E) 30



## Örnek:

Aşağıda  $f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



(2, -1) noktası  $f(x)$  nin yerel minimum noktasıdır.

Buna göre,

$$\int_0^4 \frac{|f'(x)|}{f^2(x)} dx$$

integralinin değeri kaçtır?

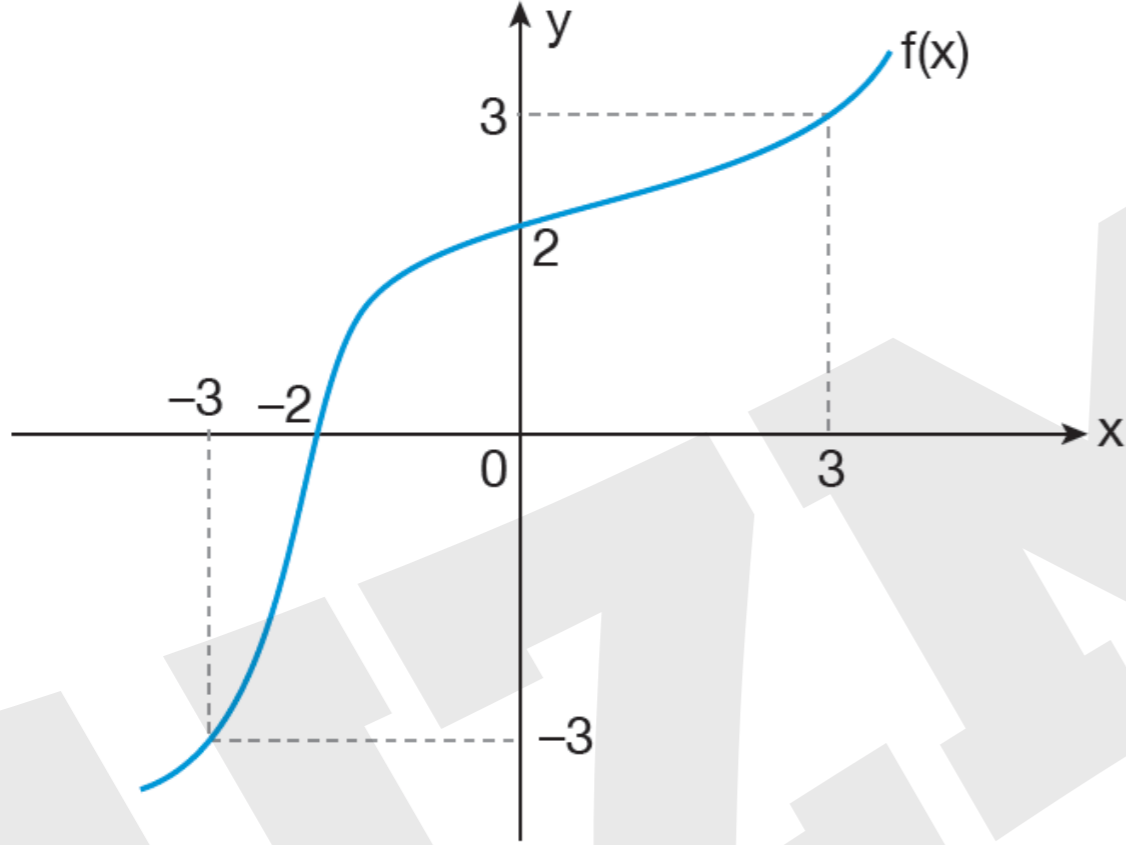
- A)  $-\frac{7}{2}$     B)  $-\frac{3}{2}$     C)  $\frac{1}{2}$     D) 1    E)  $\frac{3}{2}$





## Örnek:

Aşağıda  $f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,

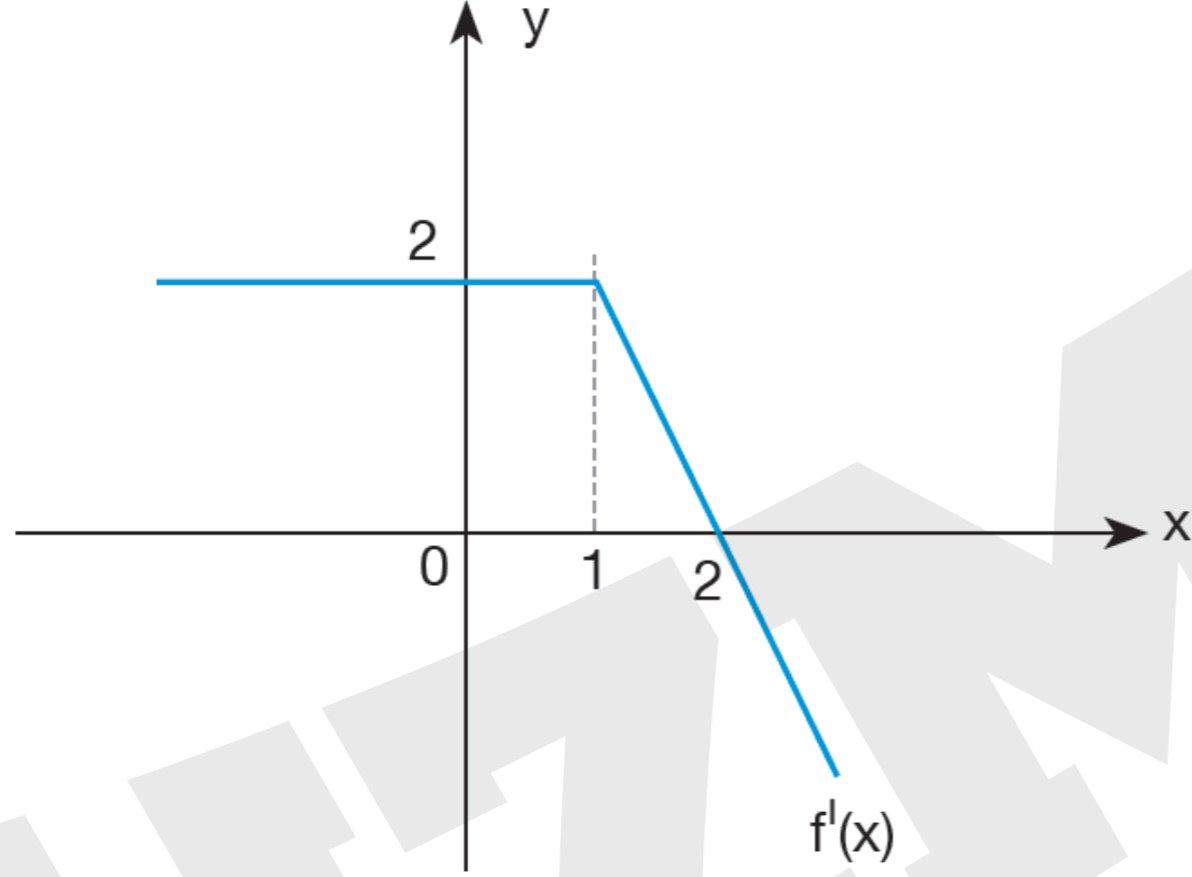
$$\int_{-2}^0 (f'(x) + f'(3x + 3)) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 3      B) 4      C) 6      D) 15      E) 23



**Örnek:**



Şekilde  $f'(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

**Buna göre**

$f(-1) - f(5)$

**değeri kaçtır?**

A) 4

B) 5

C) 8

D) 10

E) 28



# TEK VE ÇİFT FONKSİYONLARIN İNTEGRALI

→  $f(x)$  fonksiyonu sürekli ve tek fonksiyon ise

$$\int_{-a}^a f(x)dx = 0 \text{ dir.}$$

→  $f(x)$  fonksiyonu sürekli ve çift fonksiyon ise

$$\int_{-a}^a f(x)dx = 2 \cdot \int_0^a f(x)dx \text{ tir.}$$



**Örnek:**

$\int_{-5}^5 (x^7 + 4x^5 - 3x) dx$  integralinin değeri kaçtır ?



## Örnek:

$\forall x \in \mathbb{R}$  için

- $f(-x) = -f(x)$
- $g(-x) = g(x)$

olduğu biliniyor.

$$\int_{-2}^2 (f(|x|) + g(x)) dx = 18 \quad \text{ve} \quad \int_{-2}^2 (f(x) + g(x)) dx = 10$$

olduğuna göre,

$$\int_0^2 (f(-x) + g(-x)) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -9      B) -1      C) 0      D) 1      E) 9



# RIEMANN TOPLAMI

$f:[1,4] \rightarrow [2,5]$  tanımlı  $f(x) = x+1$  fonksiyonu veriliyor.

Buna göre  $[1,4]$  aralığının 3 eşit parçaya bölen düzgün bir  $P$  parçalanmasına ait alt orta toplam kaç birimkaredir?

UZMANLAR  
YAYINLARI



## Örnek:

$f : [1, 4] \rightarrow [1, 64]$  aralığında tanımlı  $f(x) = x^3$  fonksiyonu veriliyor.

**Bu fonksiyonu  $[1, 4]$  aralığında üç eşit parçaya bölen düzgün bir parçalanma için alt toplamın üst toplama oranı kaçtır?**

A)  $\frac{10}{33}$

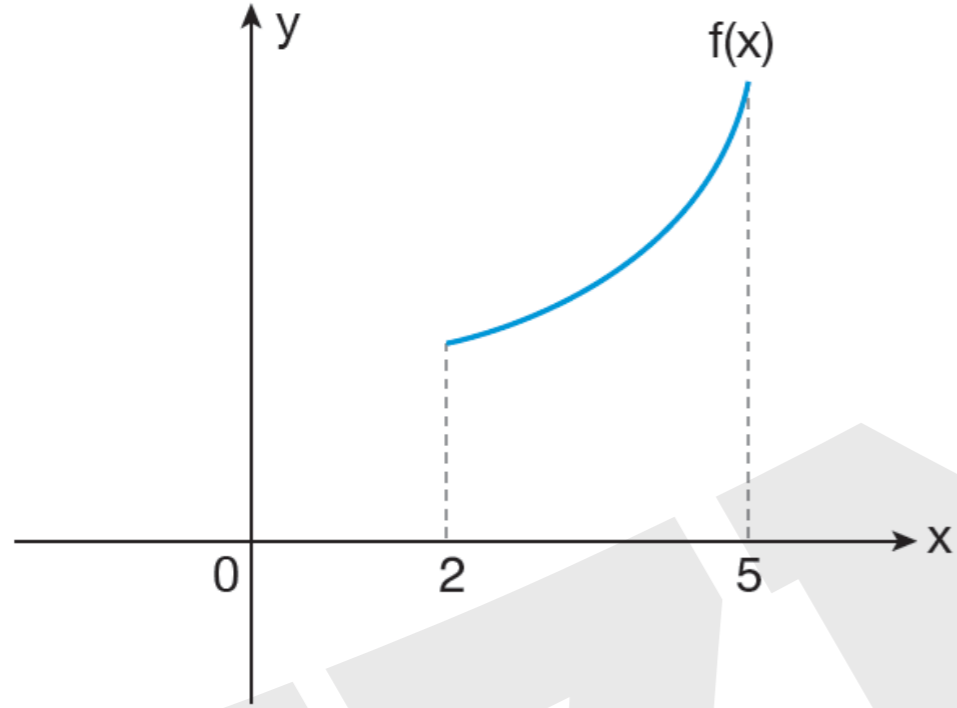
B)  $\frac{35}{99}$

C)  $\frac{4}{11}$

D)  $\frac{13}{33}$

E)  $\frac{5}{11}$

## Örnek:



Yukarıda  $[2, 5]$  aralığında tanımlı  $f(x)$  fonksiyonu verilmiştir.

$$\int_2^5 f(x) dx = 7 \text{ olduğu biliniyor.}$$

**$[2, 5]$  aralığı 3 eşit alt aralığa ayrıldığında, Riemann üst toplamının alabileceği en küçük tam sayı değeri  $a$ , Riemann alt toplamının alabileceği en büyük tam sayı değeri  $b$  olduğuna göre,  $2b - a$  kaçtır?**

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

