

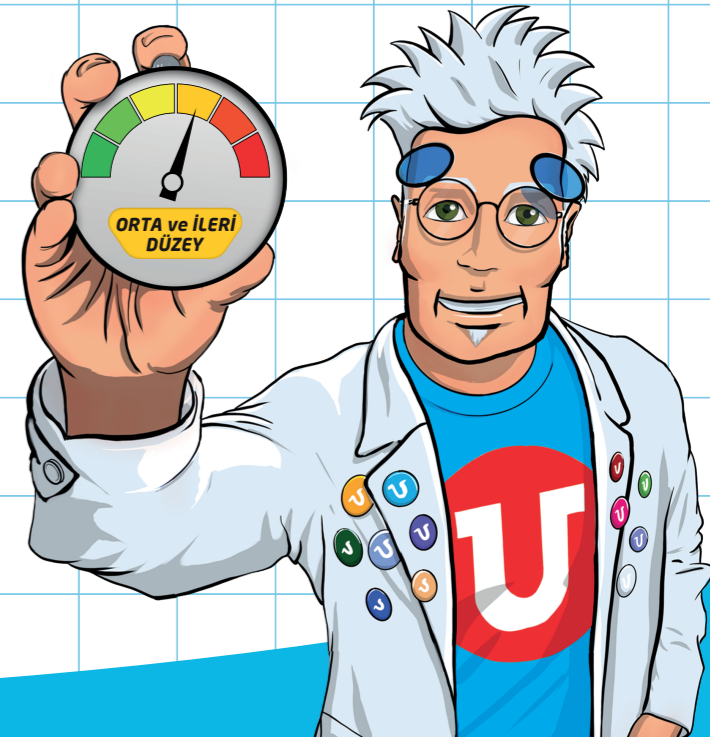
9.ÜNİTE



AYT Orta ve İleri Düzey Matematik Soru Bankası

Belirsiz İntegral

ALİ ALBAN - ABDULLAH SARIGÜL



BELİRSİZ İNTEGRAL

integral

Belirsiz integral

Diferansiyel

integral Formülleri

Değişken Değişirme Yöntemi ile integral Alma

İNTEGRAL

→ Türevi alınmış fonksiyonu bulma işlemidir.

$$F'(x) = f(x)$$

ise $F(x)$ e $f(x)$ fonksiyonunun integrali (ilkeli) denir.

BELİRSİZ İNTEGRAL

$$f(x) = 3x^5 \Rightarrow f'(x) = 15x^4$$

$$g(x) = 3x^5 + 3 \Rightarrow g'(x) = 15x^4$$

$$h(x) = 3x^5 - 7 \Rightarrow h'(x) = 15x^4$$

→ olacak şekilde türevi $15x^4$ olan sonsuz sayıda fonksiyon vardır. Bu fonksiyonlar arasındaki fark sabit sayıdır. 0 halde bu sabiti karşılaması için $c \in \mathbb{R}$ olmak üzere, c sabit sayısı kullanılır.

$$\int F'(x) dx = F(x) + c$$



Diferansiyel

→ Değişkene göre türev demektir ve d ile gösterilir.

$$\frac{df(x)}{dx} = f'(x) \Rightarrow df(x) = f'(x) dx$$

→ ifadesine f fonksiyonunun $x \in A$ noktasındaki diferansiyeli denir.

$$d(2x^3 - 5x) =$$

$y^2 = 4x^3 - x$ ifadesinde iki tarafın diferansiyel alınır,



Özellikler

$$1. \int f'(x) dx = f(x) + c$$

$$2. \int df(x) = f(x) + c$$

$$3. \frac{d}{dx} [\int f(x) dx] = f(x)$$

$$4. d[\int f(x) dx] = f(x)$$

Verilen özelliklere dikkatlice bakıldığında d ile \int ve $\frac{d}{dx}$ ile $\int (\dots)dx$ işlemleri birbirinin tersidir.



Örnek:

$$\bullet \frac{d}{dx} \int (x^2 - 3x + 1) dx =$$

$$\bullet \int d \left[\frac{x^2 - 2}{x + 1} \right] =$$

$$\bullet d \int \sin^2 x dx =$$

$$\bullet \int (x^2 - 3 \cos^3 x + e^x)' =$$

$$\bullet \left[\int \frac{x}{x^2 - 2x + 5} dx \right] =$$



Örnek:

$\int f(x)dx = x^3 - 2x^2 + 3$ ise $f(3)$ kaçtır?



Örnek:

$\int f(x)dx = x^3 - 2x^2 + 3$ ise $f(3)$ kaçtır?



Örnek:

$\int (x + 1) \cdot f(x - 1) dx = x^3 - 4x^2 + 6$ ise $f'(2)$ kaçtır ?



Örnek:

$f(x) = \int d(x^3 + x)$ ise $f(x)$ in $x = 2$ teğetinin eğimi kaçtır ?



İNTEGRAL FORMÜLLERİ

$$1. \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c \quad (n \neq -1)$$

$$2. \int a dx = ax + c \quad (a \in \mathbb{R})$$

$$3. \int a \cdot f(x) dx = a \cdot \int f(x) dx$$

$$4. \int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$$



$$\int x^3 dx =$$

$$\int \frac{1}{x^2} dx =$$

$$\int \sqrt{x^3} dx =$$

$$\int \sqrt[4]{x^3} dx =$$

$$\int \frac{x^5 - x}{x^3} dx =$$



UZMAN
YAYINLARI

Örnek:

$\int (4x^3 - 3x^2 + 6x - 8)dx$ integralinin sonucu nedir ?



Örnek:

$\int (x - 1)(3x + 7)dx$ integralinin sonucu nedir ?

UZMAN
YAYINLARI



Örnek:

$$\int \frac{3x^2}{x-3} dx - 9 \cdot \int \frac{x}{x-3} dx \text{ integralinin sonucu nedir ?}$$



Örnek:

$$\int \frac{3x^3 - 6x^2 + 4x}{x} dx \text{ integralinin sonucu nedir ?}$$



Örnek:

$$\int (x^2 + 2x - 1) dx = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

olduğuna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

A) $-\frac{2}{3}$

B) 0

C) 1

D) $\frac{1}{3}$

E) $\frac{7}{3}$



YAYINLARI

Örnek:

$f(x)$, gerçel sayılarda tanımlı ve türevlenebilir bir fonksiyon olmak üzere,

$$f'(x) = 8x^3 - 2$$

$$f(2) = 10$$

olduğuna göre, $f(0)$ değeri kaçtır?

A) -22

B) -18

C) -6

D) 2

E) 6



Örnek:

$$\int \frac{\sqrt[3]{x+2} + \sqrt{x+2}}{\sqrt[6]{x+2}} dx$$

integralinde $x + 2 = u^6$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integ-rallerden hangisi elde edilir?

A) $\frac{1}{6} \int (u^7 + u^6) du$

B) $\int (u^7 + u^6) du$

C) $6 \int (u^7 + u^6) du$

D) $6 \int (u^2 + u) du$

E) $6 \int (u^8 + u^7) du$

Örnek:

$y = f(x)$ eğrisi üzerindeki $A(-2, 1)$ noktasında teğet olan doğrunun eğimi 3'tür.

$$f''(x) = 6x + 2$$

olduğuna göre, $f(0)$ değeri kaçtır?

A) -11

B) -8

C) -5

D) 5

E) 8

YAYINLARI



DEĐIŐKEN DEĐIŐTİRME YÖNTEMİ İLE İNTEGRAL ALMA

- Birbirinin türevini içeren ifadelerde türevi olan ifadeye u denilerek diferansiyel alınır ve integral u cinsinden yazılarak çözümlü yapılabilecek bir integral haline getirilir.

$$\int f(x).f'(x)dx$$

integralinde $f(x) = u$ değişken deđiőtirmesi yapılırsa,

Örnek:

$$\int (ax + b)^n dx = \frac{(ax + b)^{n+1}}{a \cdot (n+1)} + c$$

$$\int (3x - 5)^3 dx =$$

$$\int \sqrt{(2x + 7)^3} dx =$$

$$\int \frac{1}{(3x - 2)^4} dx =$$



YAYINLARI

Örnek:

$$\int (x^3 - x)^5 \cdot (3x^2 - 1) dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x^3 - x)^6 + c$

B) $\frac{(x^3 - x)^6}{6} + c$

C) $\left(\frac{x^3 - x}{7}\right)^7 + c$

D) $\left(\frac{x^3 - x}{6}\right)^6 + x^3 - x + c$

E) $\frac{(x^3 - x)^7}{7} + c$



Örnek:

Reel sayılarda tanımlı türevlenebilir bir $y = f(x)$ fonksiyonu için,

$$\int \frac{f'(x)}{\sqrt[3]{f(x)}} dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{2} \sqrt[3]{f^2(x)} + c$

B) $\frac{3}{2} \sqrt[3]{f(x)} + c$

C) $\frac{\sqrt[3]{f(x)}}{2} + c$

D) $\frac{3}{2} \sqrt[3]{f^2(x)} + c$

E) $\frac{3}{2} f(x) \sqrt[3]{f(x)} + c$

Örnek:

$$\int \sqrt{x^4 - 1} \cdot x^3 dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{(x^4 - 1)\sqrt{x^4 - 1}}{2} + c$

B) $\frac{\sqrt{x^4 - 1}}{6} + c$

C) $\frac{\sqrt{x^4 - 1}}{3} + c$

D) $\frac{(x^4 - 1)^2 \sqrt{x^4 - 1}}{3} + c$

E) $\frac{(x^4 - 1)\sqrt{x^4 - 1}}{6} + c$

Örnek:

$$\int (x + 2)(x - 2)^4 dx$$

integralinin eđiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(x + 2)^6 + (x + 2)^5 + c$

B) $(x - 2)^6 + (x - 2)^5 + c$

C) $\frac{(x - 2)^4}{4} + \frac{(x - 2)^5}{5} + c$

D) $\frac{(x - 2)^4}{6} + \frac{2 \cdot (x - 2)^5}{3} + c$

E) $\frac{(x - 2)^6}{6} + \frac{4 \cdot (x - 2)^5}{5} + c$



Örnek:

$$\int \frac{x \sqrt[4]{x^2 + 1}}{\sqrt[3]{x^2 + 1}} dx$$

integralinde $\sqrt[12]{x^2 + 1} = t$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $12 \int t^{10} dt$

B) $\int \left(\frac{t^{10}}{10} + \frac{t^9}{9} \right) dt$

C) $\frac{6}{11} \int t^{11} dt$

D) $\frac{3}{5} \int t^{10} dt$

E) $6 \int t^{10} dt$

Örnek:

$$\int 3x^2 f(x^2) dx + \int 2x^4 f'(x^2) dx$$

integralinin eđiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3x^3 f(x^2) + c$

B) $3x^3 + f(x^2) + c$

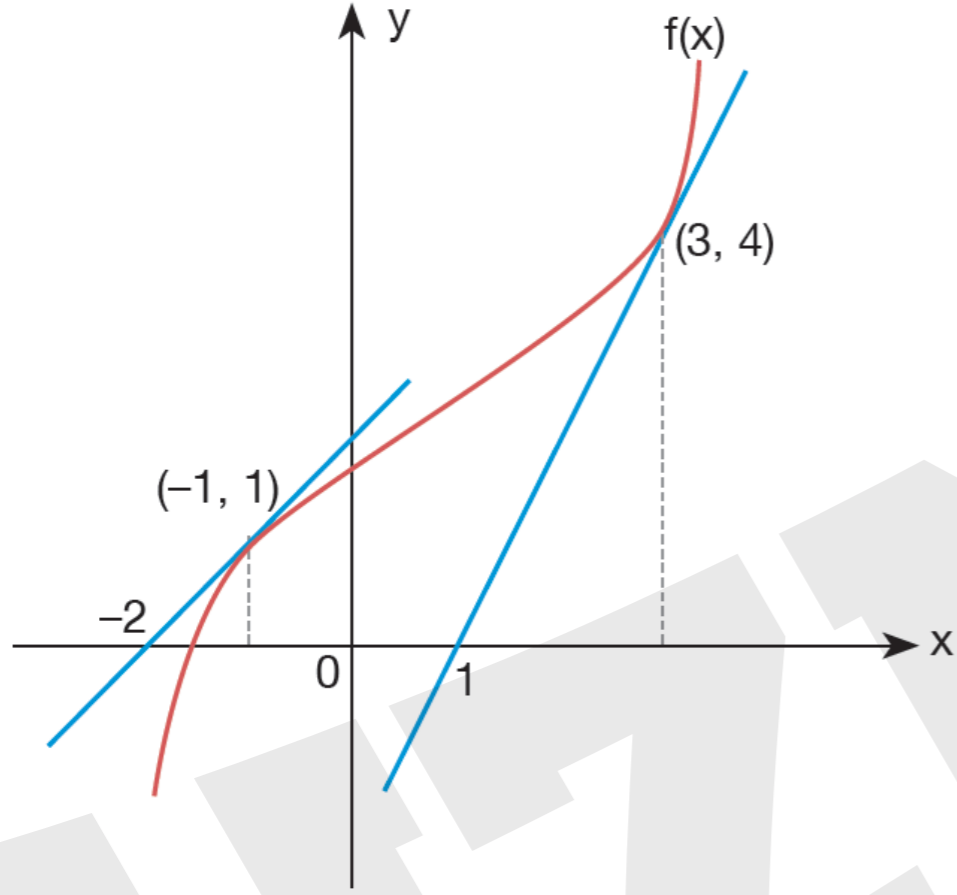
C) $3x^2 + f(x^3) + c$

D) $x^3 f(x^2) + c$

E) $xf(x^2) + c$



Örnek:



Yukarıdaki grafikte, $f(x)$ fonksiyonuna $x = -1$ ve $x = 3$ 'te çizilen teğet doğruları gösterilmiştir.

$$g(x) = \int x \cdot f''(x) dx$$

şeklinde tanımlanan $g(x)$ fonksiyonu $(3, 6)$ noktasından geçmektedir.

Buna göre, $g(-1)$ değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

