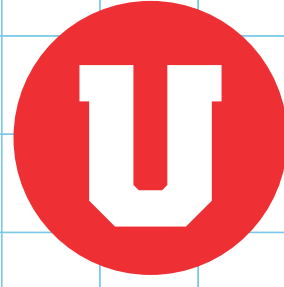
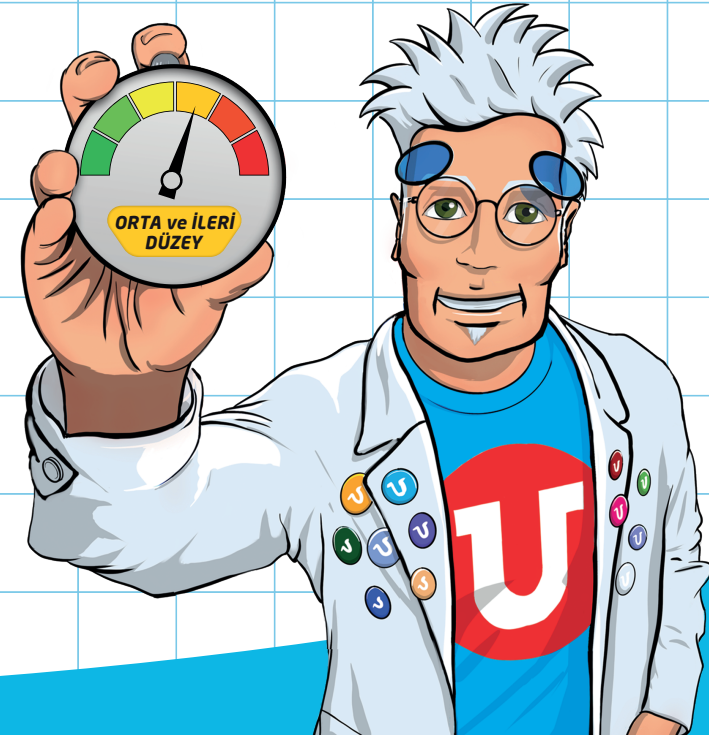


8.ÜNİTE



# AYT Orta ve İleri Düzey Matematik Soru Bankası

## Türevin Anlamı



ALİ ALBAN - ABDULLAH SARIGÜL



# TÜREVİN ANLAMI

**Türevin Fiziksel Yorumu**

**L - Hospital Kuralı**

**Türevin Anlamı**

# ANLIK DEĞİŞİM HIZI (ORANI)

Fonksiyondaki değişimin değerdeki değişime oranına değişim hızı denir.

t süre içinde

f(x) teki değişim :  $\Delta y$

x teki değişim :  $\Delta x$

fonksiyonun değişim hızı :  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$

Buna göre  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$  anlık değişimdir ve diferansiyel demektir.

Kısada d ile gösterecektir.

Yarıçapın değişim hızı dr

Hacmin değişim hızı dV

gibi.



Örnek olarak küre için;

$$A = 4.\pi.r^2 \text{ ise}$$

$$dA = 4.\pi.r.dr$$

$$V = \frac{4}{3}.\pi.r^3$$

$$dV = \frac{4}{3}.\pi.3r^2.dr$$



YAYINLARI

Ürettiđi ürünün tamamını satabilen bir firmanın günde  $x$  birim ürün üretmesi durumunda sağladığı gelir

$$G = 50x - \frac{x^2}{50}$$

Şeklindedir. Bu firma günde 375 birim ürün üretirken üretimini günde 5 birim artırmaya karar veriyor. Firmanın gelirindeki günlük artış oranı ne olur?



UZAMLA  
YAYINLARI

## Örnek:

Bir su ısıtıcısından yer halısına su sızmağa başlıyor ve halı üzerinde dairesel bir alan ıslanıyor. Islanan alan saniyede  $50 \text{ cm}^2$  arttığına göre, ıslanan alanın yarıçapı  $10 \text{ cm}$ . olduğu anda bu yarıçapın değişim hızını bulunuz?



## Örnek:

Bir küpün hacmindeki artış hızı bir kenarı 36 cm olduğu anda hacminin artış hızı  $12 \text{ cm}^3/\text{sn}$ 'dir.

**Buna göre, aynı anda alanındaki artış hızı kaç  $\text{cm}^2/\text{sn}$ 'dir?**

- A) 4      B) 3      C)  $\frac{4}{3}$       D)  $\frac{3}{2}$       E)  $\frac{3}{4}$

YAYINLARI



# TÜREVİN FİZİKSEL YORUMU

Bir hareketlinin zamana bağlı yol denklemi  $S(t)$  olsun.

Buna göre,

$S'(t)$  : Anlık hızını

$S''(t)$  : Anlık hızını

verir.

$t_1$  ve  $t_2$  aralığındaki ortalama hızı ise

$$v = \frac{S(t_2) - S(t_1)}{t_2 - t_1}$$

dir.





Zamana göre aldığı yol  $S(t) = t^2 + 2t - 5$  bağıntısı ile verilen hareketlinin;

$t = 3$  saniyedeki anlık hızı,

$t = 2$  saniyedeki anlık ivmesi,

1. ve 4. saniyeler arasındaki ortalama hızı nedir?



UZMANLAR  
YAYINLARI

## Örnek:

**t saatte aldığı yol**

$$S(t) = t^3 + 12t - 5 \text{ (km)}$$

**fonksiyonu ile verilen bir hareketli için,**

- I.  $t = 4$  saatteki anlık hızı 60 km/sa,
- II.  $t = 2$  saatteki anlık ivmesi 12 km/sa<sup>2</sup>,
- III. 1 ve 4. saatler arasındaki ortalama hızı 15 km/sa

**ifadelerinden hangisi ya da hangileri doğrudur?**

A) Yalnız I

B) I ve II

C) II ve III

D) I ve III

E) I, II ve III



# L - Hospital Kuralı

Sonucu  $\frac{0}{0}$ ,  $\frac{\infty}{\infty}$  olan limitlerde pay ve paydanın bağımsız türevleri alınarak belirsizlik yok edilebilir.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^5 - 1} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x-2} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{3x+1}}{x^2 - 1} =$$



$f(x) = x^2 + x$  ve  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+2h) - f(3-4h)}{3h}$  kaçtır?

UZMAN

YAYINLARI



# TÜREVİN ANLAMI

UZMANAN

YAYINLARI



# Sonuçlar

- $x = a$  noktasındaki türev teğetin eğimi demektir.

$$m_T = f'(a)$$

$$m_N = -\frac{1}{f'(a)}$$

- $x = a$  noktasındaki türev teğetin eğimi demektir.

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

dan bulunabilir.



- $x$  eksenine paralel teğet derse;
- $x$  eksenine teğet derse;
- $f(x)$  ve  $g(x)$  birbirine teğet derse;



YAYINLARI

$$f(x) = x^2 - 5x + 1$$

fonksiyonuna üzerindeki (2,-5) noktasından çizilen teğet ve normal denklemlerini bulunuz?

UZMAN  
YAYINLARI





## Örnek:

$f(x) = x^2 - 3x$  fonksiyonunun üzerindeki  $A(a, b)$  noktasından çizilen teğet doğrusu,  $y = x + 4$  doğrusuna diktir.

**Buna göre,  $a + b$  toplamı kaçtır?**

- A) -3      B) -2      C) -1      D) 1      E) 2

UZMAN  
YAYINLARI

**Örnek:**

$$f(x) = x^3 - 2ax^2 + bx - 1$$

fonksiyonuna üzerindeki (1, 5) noktasından çizilen teğetin denklemi

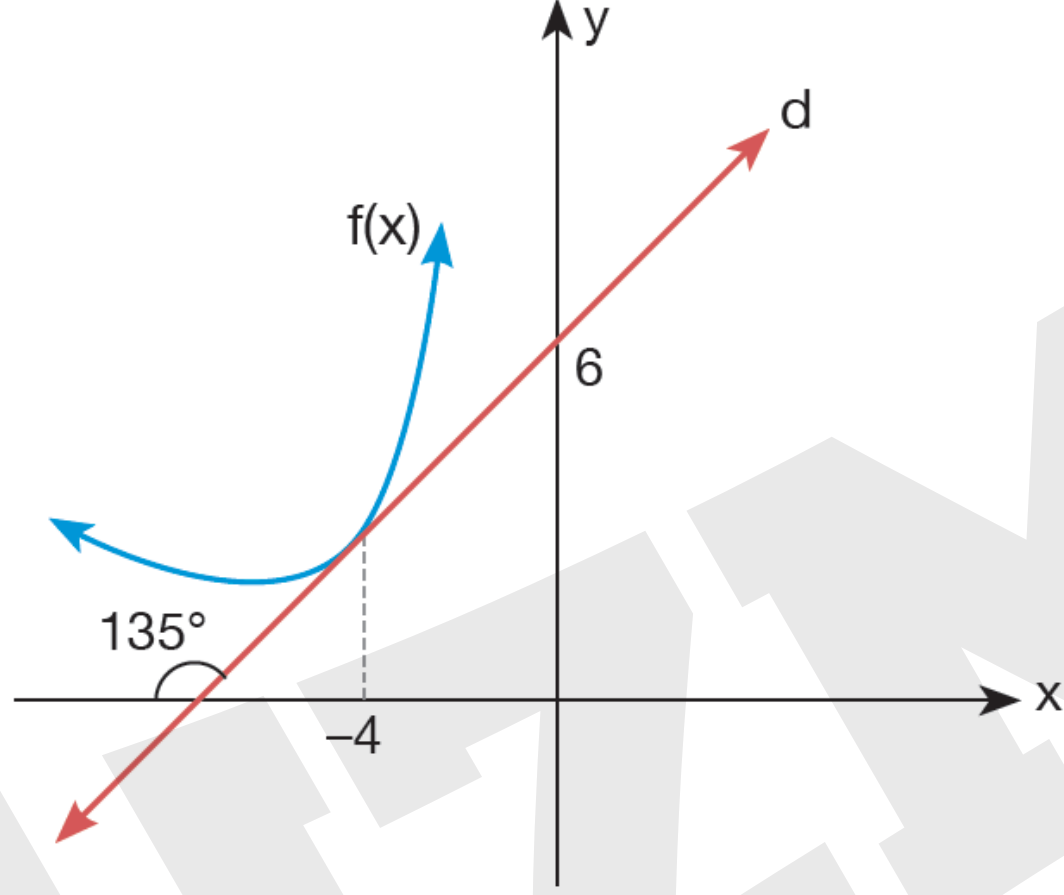
$$y = 10x + c$$

olduğuna göre,  $a + b + c$  toplamı kaçtır?

- A) -6      B) -3      C) 0      D) 3      E) 6



## Örnek:

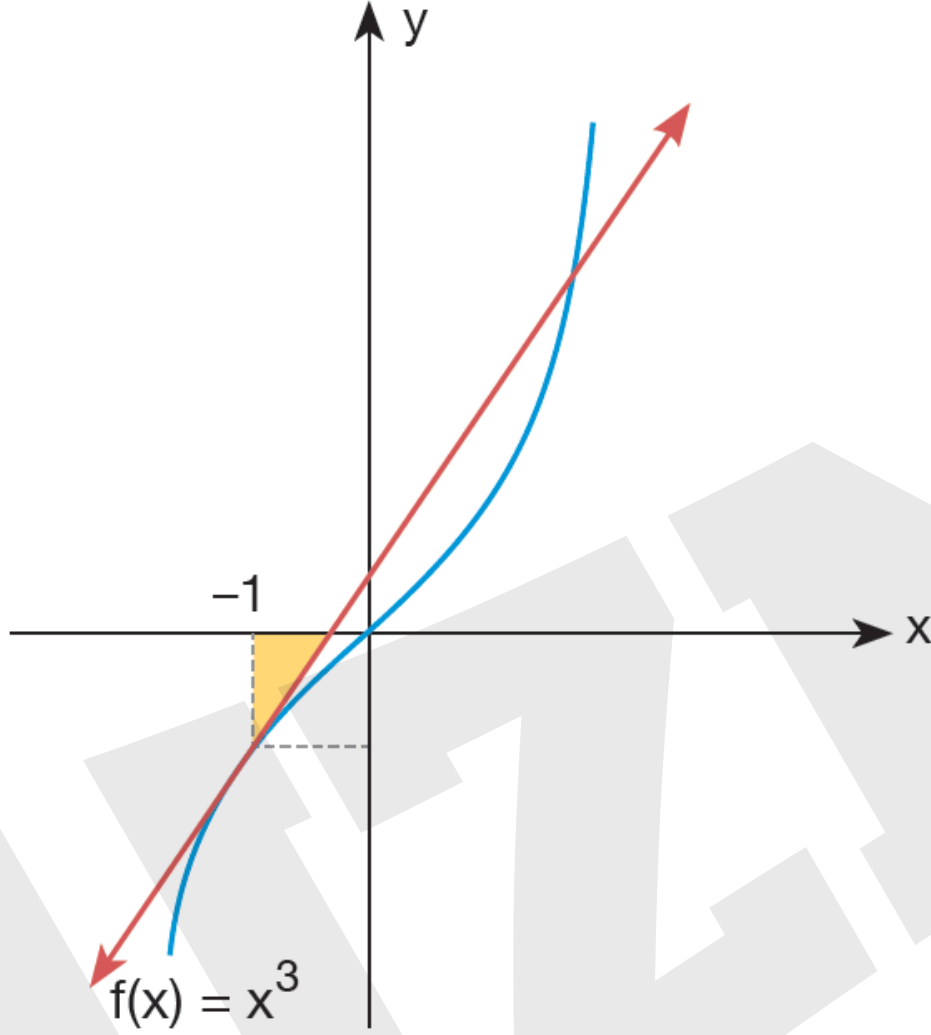


Yukarıdaki şekilde gerçel sayılar kümesinde tanımlı  $y = f(x)$  fonksiyonu ve bu fonksiyona  $x = -4$  noktasında teğet olan  $d$  doğrusu verilmiştir.

$g(x) = \frac{x}{f(x)}$  olduğuna göre,  $g'(-4)$ 'ün değeri kaçtır?

- A) -2      B)  $-\frac{3}{2}$       C)  $\frac{1}{2}$       D)  $\frac{3}{2}$       E) 2

## Örnek:



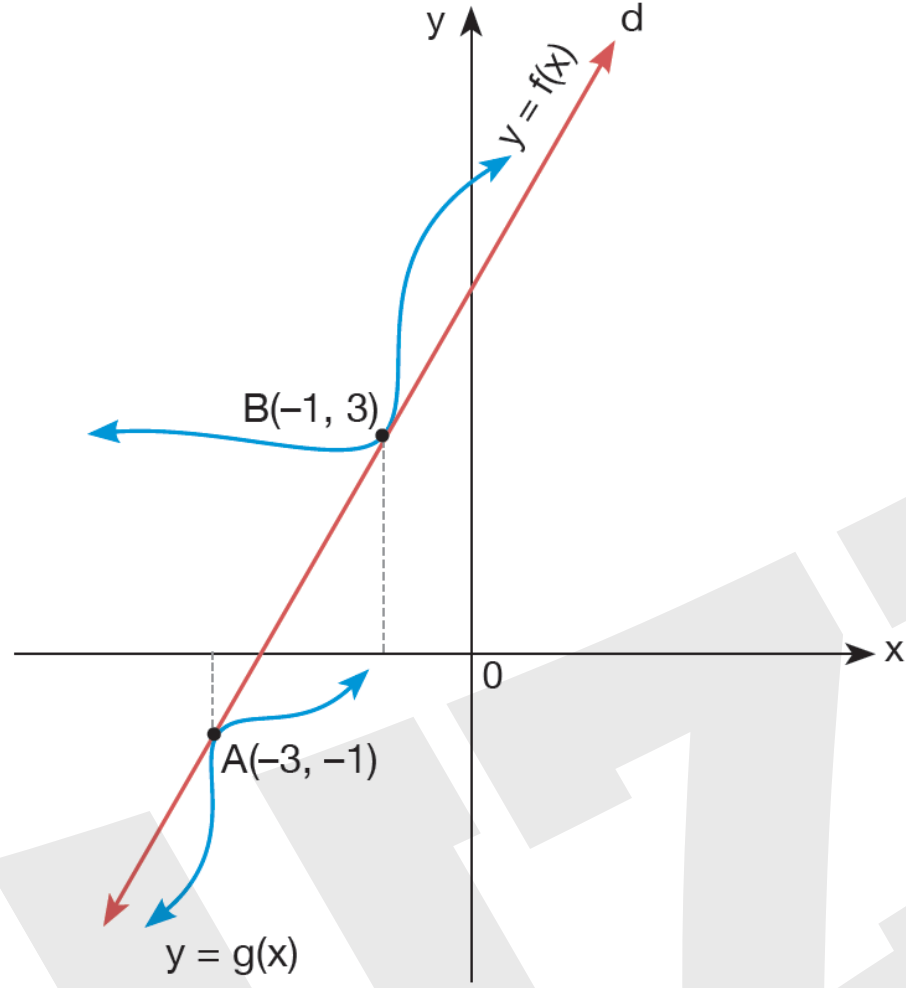
Yukarıdaki şekilde  $f(x) = x^3$  eğrisi ile bu eğriye  $x = -1$  noktasında çizilen teğeti verilmiştir.

**Buna göre, sarı ile taralı bölgenin alanı kaç  $br^2$  dir?**

- A)  $\frac{1}{6}$       B)  $\frac{1}{3}$       C)  $\frac{1}{2}$       D)  $\frac{2}{3}$       E)  $\frac{5}{6}$



## Örnek:



Yukarıda  $f(x)$  ve  $g(x)$  fonksiyonları sırasıyla  $B(-1, 3)$  ve  $A(-3, -1)$  noktalarında  $d$  doğrusuna teğetliği gösterilmiştir.

**Buna göre,  $y = (f \circ g)(x)$  fonksiyonuna  $x = -3$  noktasından çizilen teğetin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?**

A)  $y - 4x + 9 = 0$

B)  $4y - x - 15 = 0$

C)  $y - 4x - 15 = 0$

D)  $y - x - 6 = 0$

E)  $y + 4x - 9 = 0$