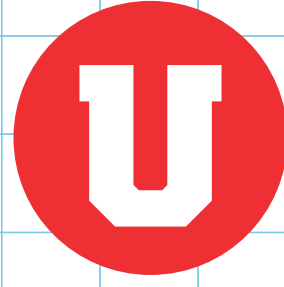


6.ÜNİTE

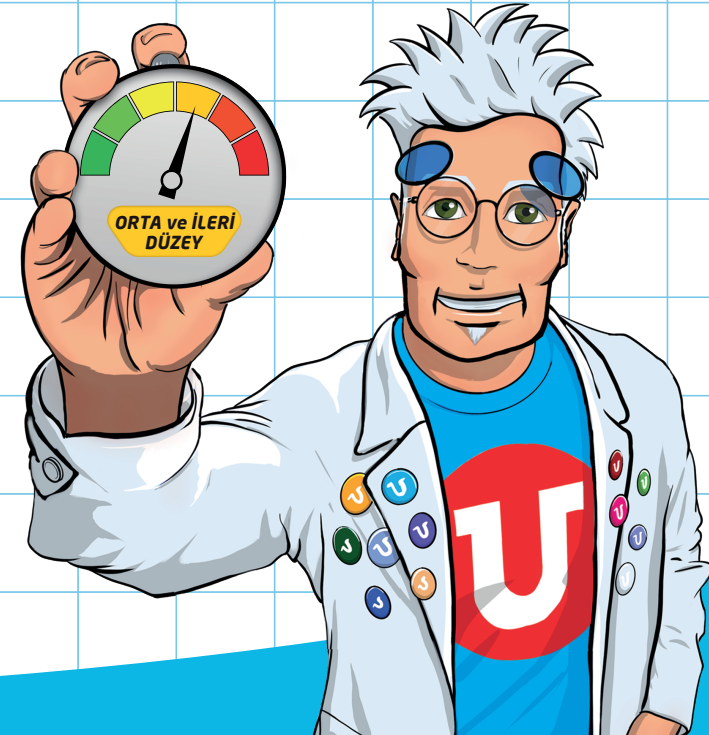


AYT Orta ve İleri Düzey Matematik Soru Bankası

Dizi Kavramı



ALİ ALBAN – ABDULLAH SARIGÜL



DİZİ KAVRAMI

DİZİLER

SONLU DİZİ

SABİT DİZİ

İNDİRGEMELİ DİZİLER

DİZİLER

- $f : \mathbb{N}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonuna **reel sayı dizisi** denir.
- Yani; tanım kümesi pozitif doğal sayılardır.
- Diziler genellikle $f(x)$ yerine (a_n) şeklinde gösterilir.
- Örneğin; $f(x) = 2x+1$ yerine $a_n = 2n+1$ yazılır.
- (a_n) Dizi
 - a_1 dizisinin 1. Terimi
 - a_2 dizisinin 2. Terimi
- a_n dizisinin genel terimini temsil eder.

Örnek:

→ $a_n = 3n - 2$ genel terimli dizi verilsin.

a) a_n dizisinin,

b) a_{n^2+1} dizisinin,

c) a_{3n-1} dizisinin,

• NOT :

Bir ifadenin dizi olması için, herhangi bir pozitif tamsayı için genel terim tanımsız olmamalıdır.



Örnek:

Aşağıdakilerden hangisi bir reel sayı dizisinin genel terimi olabilir?

A) $\frac{3n - 5}{2n - 6}$

B) $\log_n(n + 2)$

C) $\sqrt{2n - 5}$

D) $\frac{n + 1}{(n - 1)!}$

E) $2^{\frac{n+3}{n-1}}$

YAYINLARI

Örnek:

Hakan Öğretmen, (a_n) dizisinin elemanlarından oluşan alt kümelerin bağıntılarını aşağıdaki gibi birer kart üzerine yazıyor.

$$a_{2n+1}$$

$$a_{n^2-3}$$

$$a_{\frac{n+3}{2}}$$

$$a_{n^3+2}$$

$$a_{3n-2}$$

Buna göre, Hakan Öğretmen'in yazdığı ifadelerden kaç tanesi bir dizinin genel terimini belirtir?

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

E) 5

Örnek:

$$(a_n) = \underbrace{1 + 2 + 3 + \dots}_{n \text{ terim}}$$

$$(b_{n+1}) = \underbrace{2 + 4 + 6 + \dots}_{n \text{ terim}}$$

$$(c_{n+2}) = \underbrace{1 + 3 + 5 + \dots}_{n \text{ terim}}$$

dizileri veriliyor.

Buna göre, $\frac{a_{10} \cdot c_{12}}{b_{11}}$ işleminin sonucu kaçtır?

A) 10

B) 25

C) 30

D) 45

E) 50

Örnek:

(a_n) dizisinin genel terimi,

$$a_n = \frac{3n + a^2}{n - a}$$

şeklinde tanımlanıyor.

$a_2 = 7$ olduğuna göre, a_7 değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{11}{3}$

B) $\frac{11}{4}$

C) $\frac{17}{3}$

D) $\frac{17}{4}$

E) -85

Örnek:

$$(a_n) = \left(\frac{2n + a}{n + 1} \right)$$

şeklinde tanımlanan dizide $\frac{7}{3}$ 'ten sonra gelen terim $\frac{16}{7}$ olduğuna göre a_1 kaçtır?

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

E) 5

Örnek:

Genel terimi

$$b_n = \frac{n^2 + n - 14}{n + 2}$$

olan dizinin kaç terimi tam sayıdır?

A) 9

B) 8

C) 6

D) 5

E) 4

Örnek:

$$(a_n) = \left(\frac{n^2 - 3n - 4}{2n + 7} \right)$$

dizisinin kaç terimi negatiftir?

A) 5

B) 4

C) 3

D) 2

E) 1

DİZİ ÇEŞİTLERİ

Üçgensel Sayı Dizisi :

→ Genel terimi $a_n = \frac{n(n+1)}{2}$ olan dizisidir.

Karesel Sayı Dizisi :

→ Genel terimi $a_n = n^2$ olan dizidir.

SONLU DİZİ

→ $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ sonlu kümesi verilsin. Tanım kümesi A olan diziye sonlu dizi denir.

Örnek:

$$(a_n) = \left(\frac{12n + 24}{5 - n} \right)$$

sonlu bir dizi olduğuna göre, bu dizinin tüm terimlerinin toplamı en çok kaçtır?

- A) 127 B) 118 C) 102 D) 97 E) 81

SABİT DİZİ

- Tüm elemanları aynı olan diziye sabit dizi denir.
- Özel olarak;

$$a_n = \frac{a \cdot n + b}{c \cdot n + d} \text{ sabit dizi ise, } a_n = \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \text{ dir.}$$

Örnek:

$$(a_n) = ((x - 2y)n^2 - (x + y - 3)n + 5 + x)$$

dizisi sabit dizi olduğuna göre, $\frac{x + a_x}{y}$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

Örnek:

$$\frac{6n + k - 3}{3n + 1} + k + 1$$

ifadesi, (a_n) sabit dizisinin genel terimi olduğuna göre,
 $a_k + k$ kaçtır?

A) 13

B) 12

C) 10

D) 9

E) 8

İNDİRGEMELİ DİZİLER

→ Bir terimi kendinden önceki bir veya birden fazla terime bağlı olarak tanımlanan dizilere denir.

• NOT :

Fibonnaci Dizisi:

→ $a_1 = 1$

→ $a_2 = 1$

→ $a_3 = 2$

•

•

→ $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$



Örnek:

(a_n) dizisinin elemanları arasında

$$a_n = a_{n+1} \cdot \left(\frac{n}{n+2} \right)$$

bağıntısı bulunmaktadır.

$a_1 = 1$ olduğuna göre $a_9 + a_{10}$ toplamı kaçtır?

- A) 81 B) 100 C) 110 D) 144 E) 169

Örnek:

(a_n) dizisinde,

- $a_1 = -3$
- $a_{n+1} = a_n + n + 1$

olduğuna göre, (a_n) dizisinin kaçınıcı terimi 206 dir?

A) 21

B) 20

C) 19

D) 18

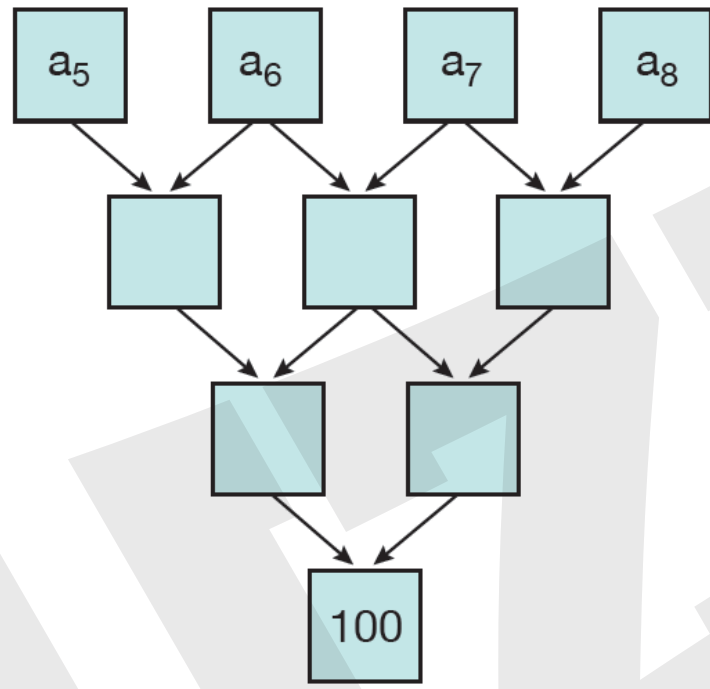
E) 17

Örnek:

(a_n) dizisi, $n > 2$ olmak üzere,

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$$

koşulunu sağlamaktadır.



Yukarıdaki şemada (a_n) dizisinin bazı terimleri en üstteki kutulara yazılmıştır. Şemaya göre yan yana bulunan iki kutudaki terimlerin toplamı okla belirtilen alttaki kutuya yazılıyor.

(a_n) dizisinin ilk 9 teriminin toplamı 81 olduğuna göre, a_2 kaçtır?

- A) 9 B) 12 C) 17 D) 18 E) 19

• PRATİK :

→ $an^2 + bn + c$ şeklinde tanımlanan dizilerde en küçük (en büyük) değer istendiğinde; n yerine $-\frac{b}{2a}$ ya en yakın pozitif tamsayı yazılır.

Örnek:

→ $a_n = n^2 - 8n + 3$ dizisinin en küçük değeri kaçtır ?

Örnek:

→ $a_n = n^2 - 9n + 3$ dizisinin en küçük değeri kaçtır ?

Örnek:

→ $a_n = 2n^2 - 15n + 3$ dizisinin en küçük terimi $a_k = m$ ise $m+k$ kaçtır ?

• NOT :

→ Bir dizinin ilk n teriminin toplamı S_n ile gösterilir.

→ $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$

• PRATİK :

→ $S_{n+1} - S_n = a_{n+1}$

Örnek:

→ a_n dizisi için $S_n = 2n^2 + 5n$ ise a_6 kaçtır ?

Örnek:

→ a_n dizisi için $S_n = 2n^2 - 3n$ ise $a_6 + a_5$ kaçtır ?

Örnek:

(a_n) dizisinin ilk n teriminin toplamı

$$S_n = n^2 + 2n + 1$$

şeklinde tanımlanıyor.

$$S_k - S_m = 36$$

olduğuna göre, a_k değeri kaçtır?

A) 19

B) 17

C) 15

D) 13

E) 11