

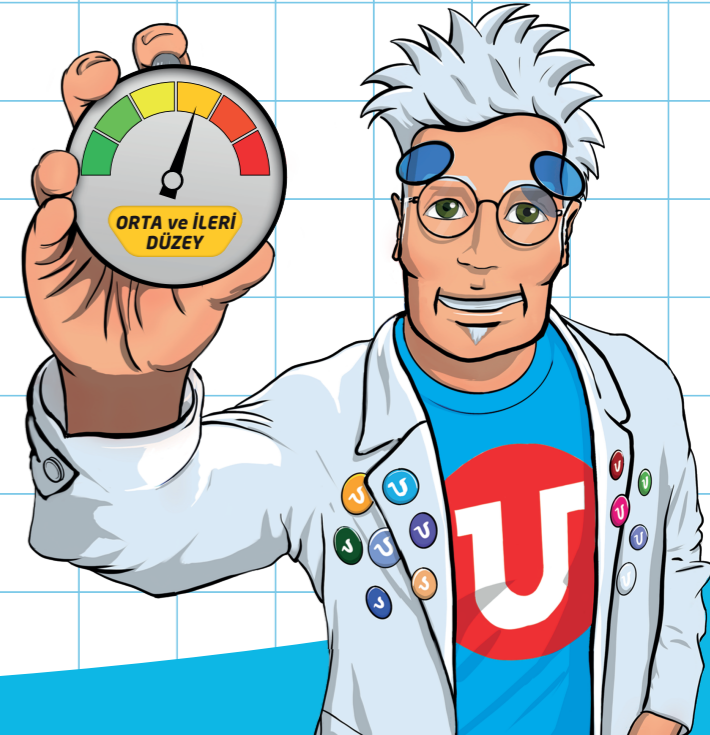
5.ÜNİTE



AYT Orta ve İleri Düzey Matematik Soru Bankası

Logaritma Fonksiyonunun Özellikleri

ALİ ALBAN - ABDULLAH SARIGÜL



LOGARİTMA FONKSİYONUNUN ÖZELLİKLERİ

Logaritmanın Özellikleri

Bayağı Logaritma

Doğal Logaritma

Taban Değişirme ve Sonuçları

LOGARITMANIN ÖZELLİKLERİ

- $\log_a 1 = 0$
- $\log_a a = 1$



Not

$\log_a b$ gibi logaritmalı bir sayının yaklaşık değeri bulunurken;
b sayısının a'nın hangi iki ardışık kuvveti arasında olduğuna bakılır.

$$\log_2 5 =$$

$$\log_5 200 =$$

$$\log_3 \frac{1}{6} =$$

$$\log_{\frac{1}{2}} 6 =$$



$y = \log_a b$ ifadesinin işareti için aşağıdaki tablo geçerlidir.

a	b	$y = \log_a b$
Basit kesir	Basit kesir	+
Basit kesir	Bileşik kesir	-
Bileşik kesir	Basit kesir	-
Bileşik kesir	Bileşik kesir	+

Aşağıdaki sayıların işaretlerini bulunuz?

$$\log_2 45$$

$$\log_{\frac{5}{4}} \frac{1}{2}$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{5}$$

$$\log_3 \frac{1}{3}$$



Bayağı Logaritma

$$y = \log_{10} x = \log x$$

Tabanı 10 olan logaritmaya **bayağı logaritma** denir.



UZMANLARIN
YAYINLARI

Doğal Logaritma

$$y = \log_e x = \ln x$$

Tabanı $e = 2,7181\dots$ olan logaritmaya **doğal logaritma** denir.



UZMANLARIN
YAYINLARI

- $\log_a (x^n) = n \cdot \log_a x$

- $\log_{(a^n)} (x^m) = \frac{m}{n} \log_a x$

UZMAN
YAYINLARI



örnek

$$\log_{\sqrt{3}} 3\sqrt{3} - \log_{\sqrt{x}} \sqrt{x} + \log_{a^2} \sqrt{a^3}$$

ifadesinin değeri kaçtır?



$$\log_2 \sqrt[3]{2 \cdot \sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{4 \sqrt{2}}}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

UZMANLARIN
YAYINLARI



$$\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$



Örnek:

$$\log_{36}4 + \log_6 3\sqrt{3} - \log_{36}3 = \log_4(x - 1)$$

olduğuna göre, x değeri kaçtır?

A) 2

B) 3

C) 4

D) 5

E) 6



UZMANLARIN
YAYINLARI

örnek

$$\ln(x.y)=8$$

$$\ln\left(\frac{x}{y}\right)=2$$

olduğuna göre, x ve y deđerlerini bulunuz?



Örnek:

$$\log_2 3 = a$$

$$\log_2 5 = b$$

$$\log_2 210 = c$$

olduğuna göre, $\log_2 7$ ifadesinin a, b ve c türünden eşiti nedir?

A) $c - a - b + 1$

B) $c - a - b - 1$

C) $a + b - c + 1$

D) $a + b - c$

E) $c - a - b$



örnek

$$\log\frac{1}{2} + \log\frac{2}{3} + \dots + \log\frac{99}{100}$$

işleminin sonucu kaçtır?



Pratik

$$\log 2 = x \Rightarrow \log 5 =$$

$$\log_6 3 = a \Rightarrow \log_6 2 =$$

$$\log_{12} 4 = m \Rightarrow \log_{12} 3 =$$

$$\log_{mn} m = 3 \Rightarrow \log_{mn} n =$$

Uyarı

a sayısının kaç basamaklı olduğunu bulmak için, **loga** hesaplanır ve sonucun tam kısmının bir fazlası a sayısının basamak sayısını verir.

Örnek:

$$\log 2 = 0,301$$

$$\log 3 = 0,477$$

olduğuna göre, 12^{10} sayısı kaç basamaklıdır?

A) 9

B) 10

C) 11

D) 12

E) 13



Taban Değişirme ve Sonuçları

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

- $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

- $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$

- $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$



Örnek

$\log_2 5 = a$ olduğuna göre $\log_5 40$ sayısının a türünden eşiti nedir?

Örnek

$$\frac{1}{\log_6 72} + \frac{1}{\log_3 72} + \frac{2}{\log_2 72}$$

işleminin sonucu kaçtır?



Örnek

$$\log_2 3 = a$$

$$\log_3 5 = b$$

olduğuna göre, $\log_{60} 90$ ifadesinin a ve b türünden eşiti nedir?

Örnek:

$$a^{\log_2 3} + 9^{\log_2 a} = 90$$

olduğuna göre, a değeri aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 10

B) 9

C) 6

D) 4

E) 2

UZMANLARIN
YAYINLARI



Örnek:

$$\frac{1}{\log_2 a} = \frac{2}{\log_2 b} = \frac{3}{\log_2 c} \text{ ve } a \cdot b \cdot c = 64$$

olduğuna göre,

$$\log_2 a \cdot \log_2 b \cdot \log_2 c$$

çarpımının değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 6 E) 12



Örnek:

$$\log_{(2-\sqrt{3})} a - \log_{(2-\sqrt{3})} b = \log_{(7-4\sqrt{3})} 4$$

denklemini veriliyor.

Buna göre, $\frac{a}{b}$ oranı kaçtır?

A) -2

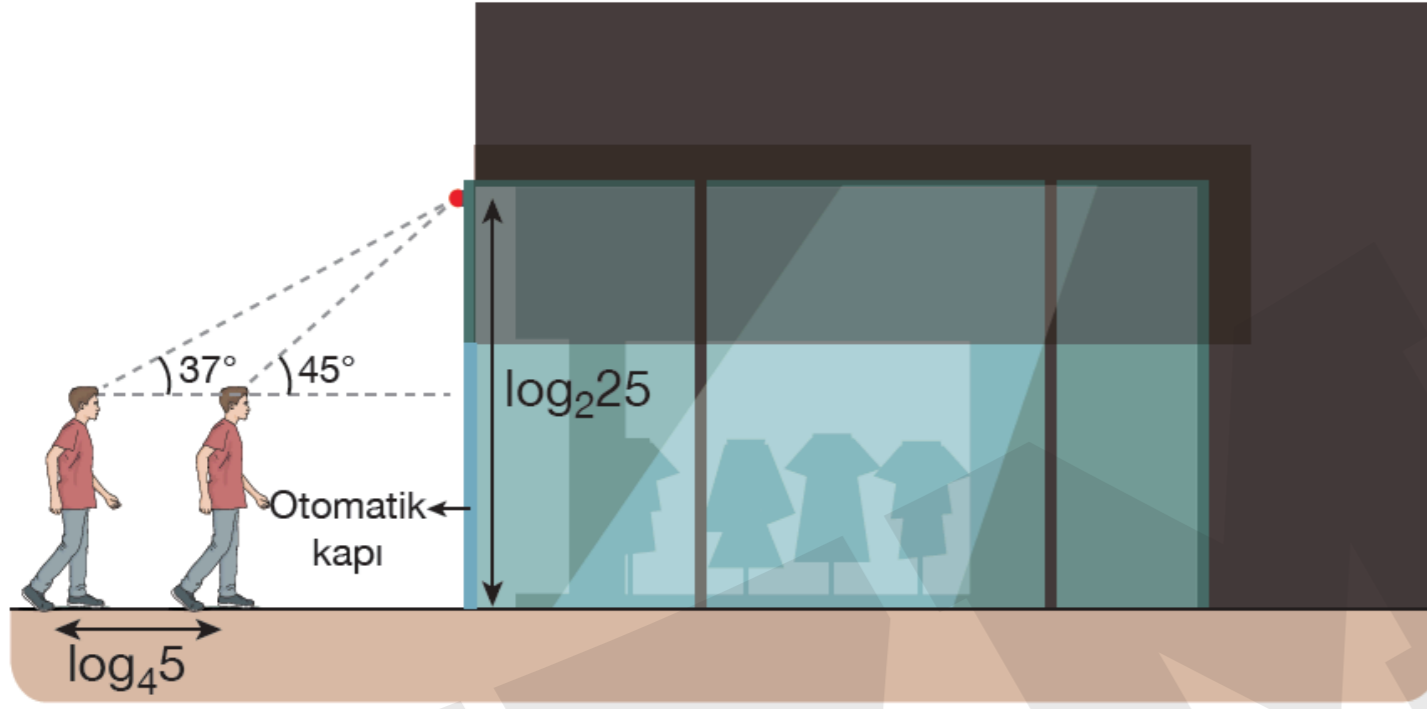
B) -1

C) 1

D) 2

E) 4

Örnek:



Şekilde bir alışveriş merkezinin kapısına doğru yürüyen bir kişinin sensör tarafından gönderilen fotosel ışınların yer düzlemi ile yaptığı dar açı 37° dir. Bu kişi $\log_4 5$ br yürüdüğünde açı 45° oluyor ve kapı otomatik olarak açılıyor.

Sensörün yerden yüksekliği $\log_2 25$ olduğuna göre, bu kişinin boyu kaç br'dir? ($\sin 37^\circ = 0,6$)

- A) $\log_2 5$ B) $\log_2 3$ C) $\log_4 3$
D) 1 E) $\log_4 5$

Örnek:

Radyoaktif maddelerin miktarlarının yarıya indiği süreye yarı ömür denir.

Radyoaktif maddelerin bozulmaları yarılanma ile oluşur. Bu da genellikle üstel fonksiyonla gerçekleşir. Yarı ömrü m yıl olan A gramlık bir radyoaktif madde bozulmaya başladığında t yıl sonra

$$K = A \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{m}} \text{ gram}$$

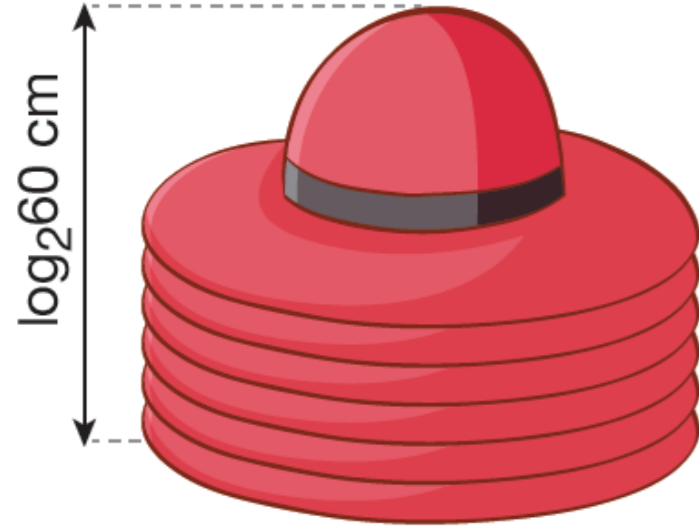
kalmaktadır.

Buna göre, yarı ömrü 20 yıl olan 240 gram maddeden 60 yıl sonra kalan miktar 80 yıl sonra kalan miktardan kaç gram fazladır?

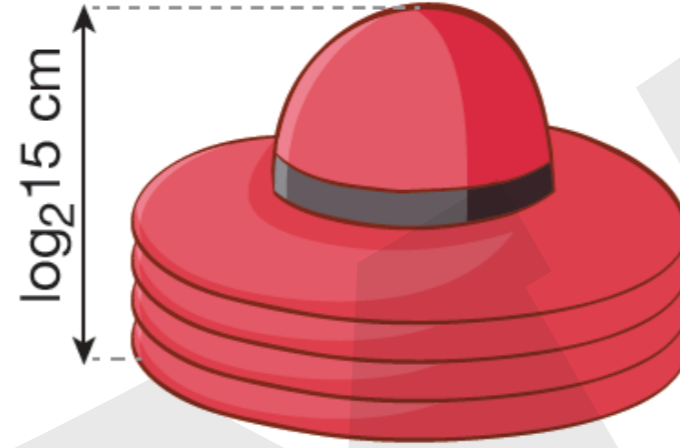
- A) 9 B) 10 C) 12 D) 15 E) 18



Örnek:



6 tane şapka



4 tane şapka

Yukarıda 6 tane ve 4 tane şapkanın üst üste koyulduktan sonraki yükseklikleri logaritma cinsinden verilmiştir.

Üst üste koyulan her iki şapkanın arasındaki mesafeler birbirine eşittir.

Buna göre, 7 tane şapkanın üst üste koyulmasıyla oluşan yükseklik aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\log_2 75$

B) $\log_2 90$

C) $\log_2 120$

D) $\log_2 150$

E) $\log_2 240$