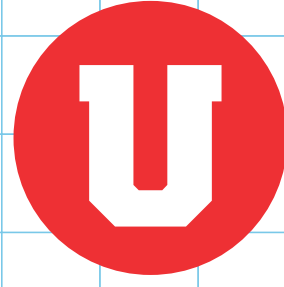


2.ÜNİTE

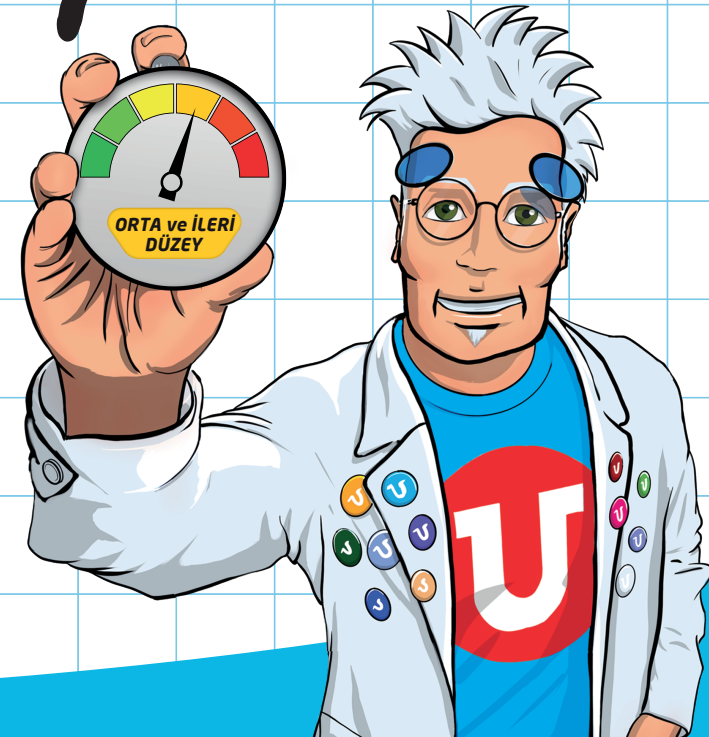


AYT Orta ve İleri Düzey Matematik Soru Bankası

II. Dereceden Eşitsizlikler ve Eşitsizlik Sistemleri



ALİ ALBAN – ABDULLAH SARIGÜL



II. DERECEDEDEN EŞİTSİZLİKLER VE EŞİTSİZLİK SİSTEMLERİ

EŞİTSİZLİKLER

KÖK BULMA

İŞARET BULMA

TABLO ÇİZME

EŞİTSİZLİKLER

TANIM :

$$f(x) > 0, \quad f(x).g(x) < 0, \quad \frac{f(x)}{g(x)} \geq 0 \dots\dots\dots$$

→ gibi ifadelere eşitsizlik denir.

ÇÖZÜM YAPILIRKEN

KÖK BULMA

Pay ve paydayı 0 yapan tüm kökler bulunur. Çift sayıda olanlara çift kat, tek sayıda olanlara tek kat denir.

- $|x-a|$ çarpanı;
- $(x-a)^{2n}$ çarpanı;
- Grafikte kök;



İŞARET BULMA

Her çarpanın baş katsayılarının işaretleri çarpımı eşitsizliğin işaretini belirler.

→ $|a-x|$ ve $(a-x)^{2n}$ in işareti;

→ Grafikte işaret;

TABLO ÇİZME

- Bulunan kökler sayı doğrusunda yerine yazılır ve tek kat köklere tek, çift kat köklere çift çizgi çizilir. İşaret en sağa yazılır ve her çizgi geçişinde işaret değiştirilir.
- İstenen bölge taranarak çözüm kümesine ulaşılır.

! UYARI

- Eşitlik olması durumunda paydayı sıfır yapan kökler çözüm kümesine alınmaz, diğer tüm kökler çözüm kümesine alınır.

Örnek:

$$x \cdot (x - 4)^2 \cdot (x + 2) \leq 0$$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayı değerlerinin toplamı kaç-
tır?

A) -3

B) 1

C) 2

D) 3

E) 10

YAYINLARI



Örnek:

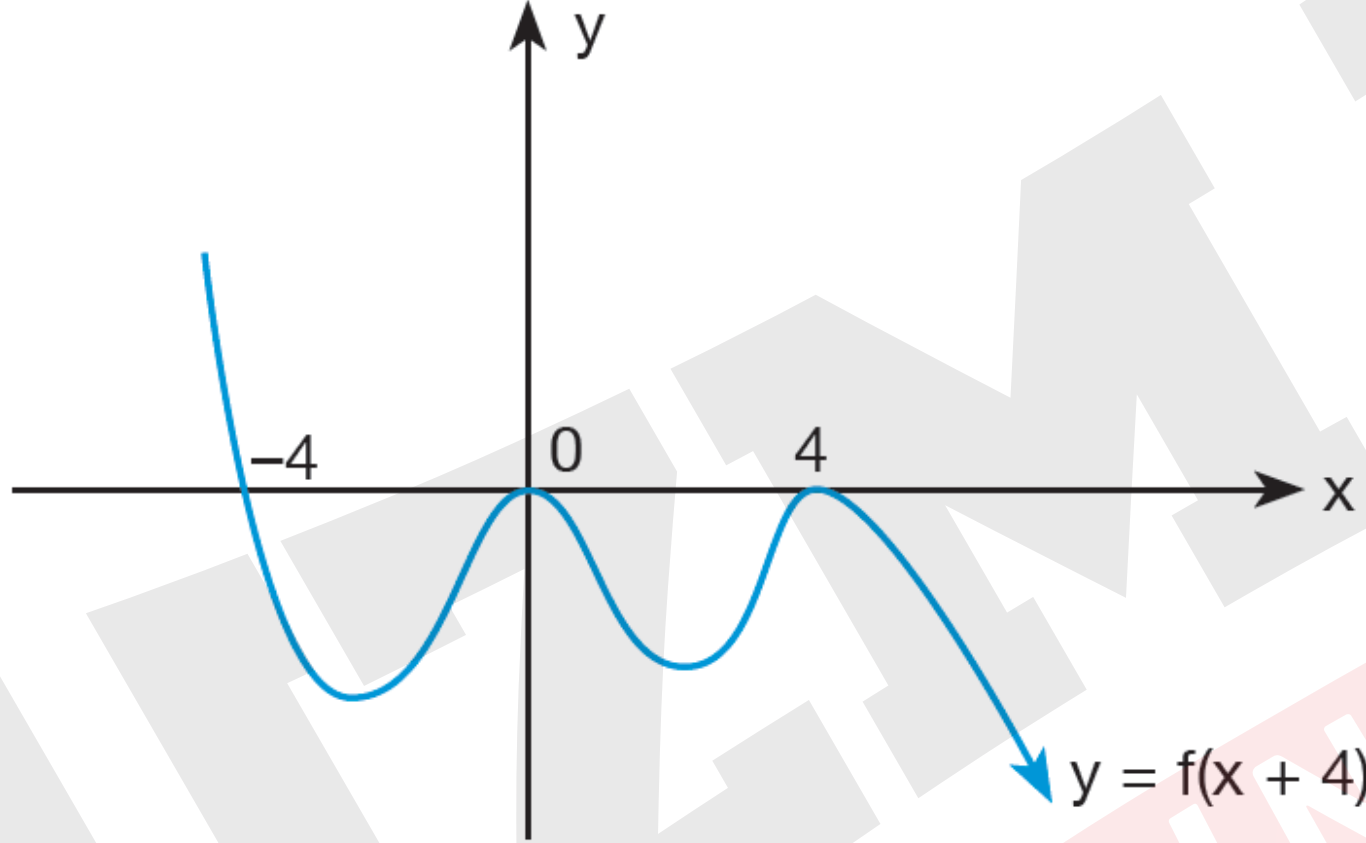
$$\frac{|-x + 2| \cdot (x - 4)}{(16 - x^2) \cdot (1 - x)} \leq 0$$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x tam sayı değeri vardır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Örnek:

Aşağıda $y = f(x + 4)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $\frac{f(x)}{x} \geq 0$ eşitsizliğini sağlayan x tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) -12 B) -4 C) 0 D) 8 E) 12

Örnek:

$$\frac{5^x \cdot (x - 5) \cdot |3 - x|}{(x^2 - 9) \cdot (x^2 + 2x - 3)} \leq 0$$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x doğal sayı değeri vardır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

Örnek:

$[-4, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ tanımlı

$$f(x) = \frac{(x-2)(x+3)}{(x-6)}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f(x) \leq 0$ koşulunu sağlayan x tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

A) 14

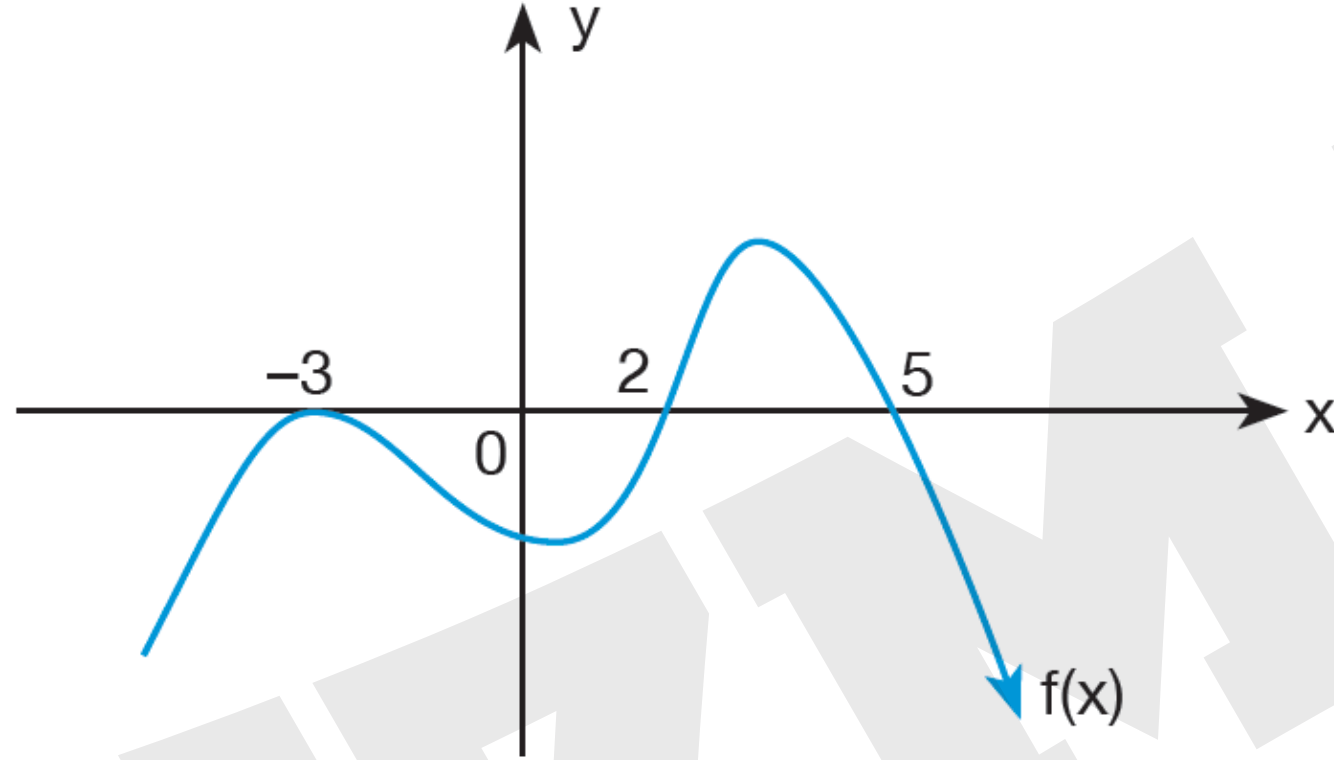
B) 12

C) 9

D) 6

E) 2

Örnek:



Şekilde $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

$$3^{3-x} \cdot (x^2 - x - 6) \cdot f(x) \geq 0$$

eşitsizliğini sağlayan tam sayı değerleri toplamı kaçtır?

- A) 12 B) 10 C) 9 D) 8 E) 4

Örnek:

$$\frac{x^2 - 3x + 4}{|x - 2| - 5} \geq 0$$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayı değerlerinin toplamı kaç-
tır?

- A) -4 B) -9 C) -10 D) -15 E) -22

Örnek:

Tanım: Tüm kökleri asal ve çözüm kümesi sınırlı olan eşitsizliklere asal eşitsizlik denir.

Örnek: $x^2 - 12x + 35 \leq 0$ eşitsizliğinin kökleri 5 ve 7 olup çözüm kümesi $[5, 7]$ sınırlı aralığı olduğundan asal eşitsizliktir.

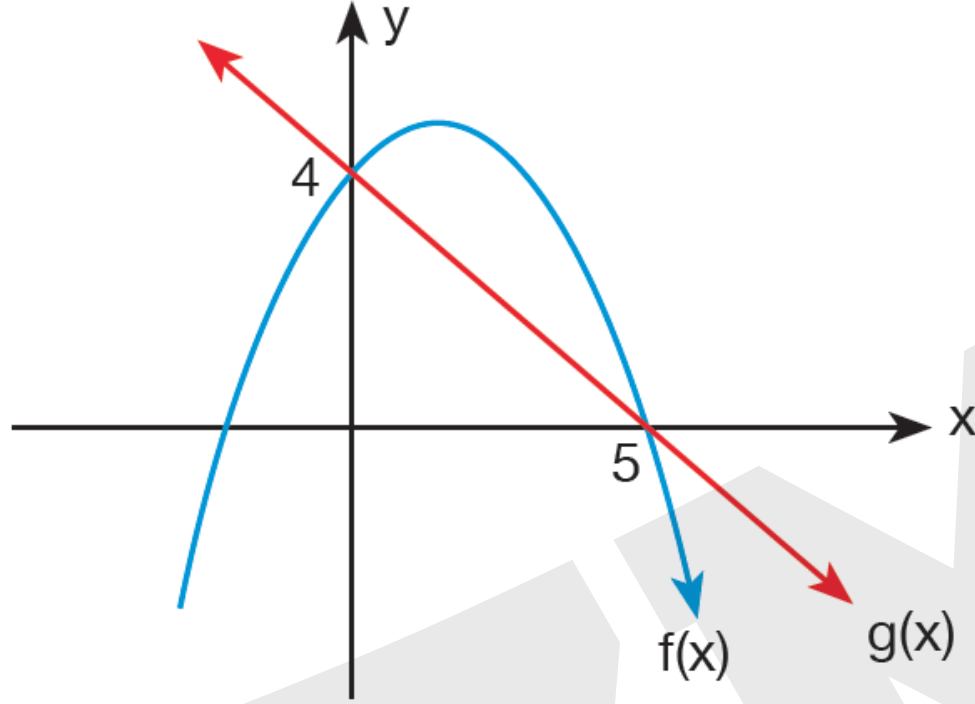
Buna göre,

$$x^2 - ax + b \leq 0$$

asal eşitsizliğini sağlayan 10 farklı tam sayı değeri olduğu bilindiğine göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) 9 B) 12 C) 13 D) 22 E) 35

Örnek:



Yukarıda, $f(x)$ parabolü ile $g(x)$ doğrusu gösterilmiştir.

Buna göre,

$$\frac{f(x)}{g(x)} \leq 1$$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, 0] \cup \{5\}$ B) $(-\infty, 0]$ C) $[0, \infty) - \{5\}$
D) $[0, \infty)$ E) $[0, 5)$

! NOT

$ax^2 + bx + c$ ifadesinin özel durumu;

→ $ax^2 + bx + c > 0$ eşitsizliğinin daima sağlanması için, $a > 0$ ve $\Delta < 0$ olmalıdır.

→ $ax^2 + bx + c < 0$ eşitsizliğinin daima sağlanması için, $a < 0$ ve $\Delta < 0$ olmalıdır.

Örnek:

$$3x^2 + (m-2)x + 12 > 0$$

→ eşitsizliğin daima sağlanması için m kaç farklı tamsayı değeri alır ?

Örnek:

$$f(x) = -x^2 + 2(m-3)x - 5$$

→ fonksiyonu daima 4 ten küçük ise m nin alabileceği en küçük pozitif tamsayı değeri kaçtır ?

EŞİTSİZLİK SİSTEMLERİ

- İçerisinde birden fazla eşitsizlik bulunduran ifadelere eşitsizlik sistemi denir.
- Eşitsizliklerin hepsi aynı anda sağlayan değerlerin bulunduğu kümeye çözüm kümesi denir.

Örnek:

$$\frac{(x^3 - 8)(x^2 - 4)}{(x - 4)} < 0$$

$$\frac{(x - 3)}{x^2 - 2x - 8} > 0$$

eşitsizlik sisteminin reel sayılardaki en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(4, \infty)$

B) $(-2, 3)$

C) $(2, 3)$

D) $(-2, 3) - \{2\}$

E) $(-2, 4)$

Örnek:

$$\frac{x-1}{x} \leq \frac{x+3}{2} < \frac{8}{x+3}$$

→ eşitsizliğin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, -7)$

B) $(-3, 1)$

C) $(0, 1)$

D) $[0, -3)$

E) $(0, \infty)$

Örnek:

$$\frac{\sqrt{x-9} (6-x)}{(x-2)^2} \leq 0$$

→ Eşitsizliğin çözüm kümesini bulunuz?

Örnek:

Kerem test kitabında gördüğü $\frac{x}{6} \leq \frac{6}{x}$ sorusunu çözerken aşağıdaki adımları yaparak çözmüştür.

I. $\frac{x}{6} \leq \frac{6}{x} \Rightarrow x^2 \leq 36$

II. $x^2 - 36 \leq 0$

III. $(x - 6) \cdot (x + 6) \leq 0$

IV.

x	$-\infty$	-6	+6	$+\infty$
f(x)	+	-	+	+

V. Çözüm Kümesi = $[-6, 6]$ dir.

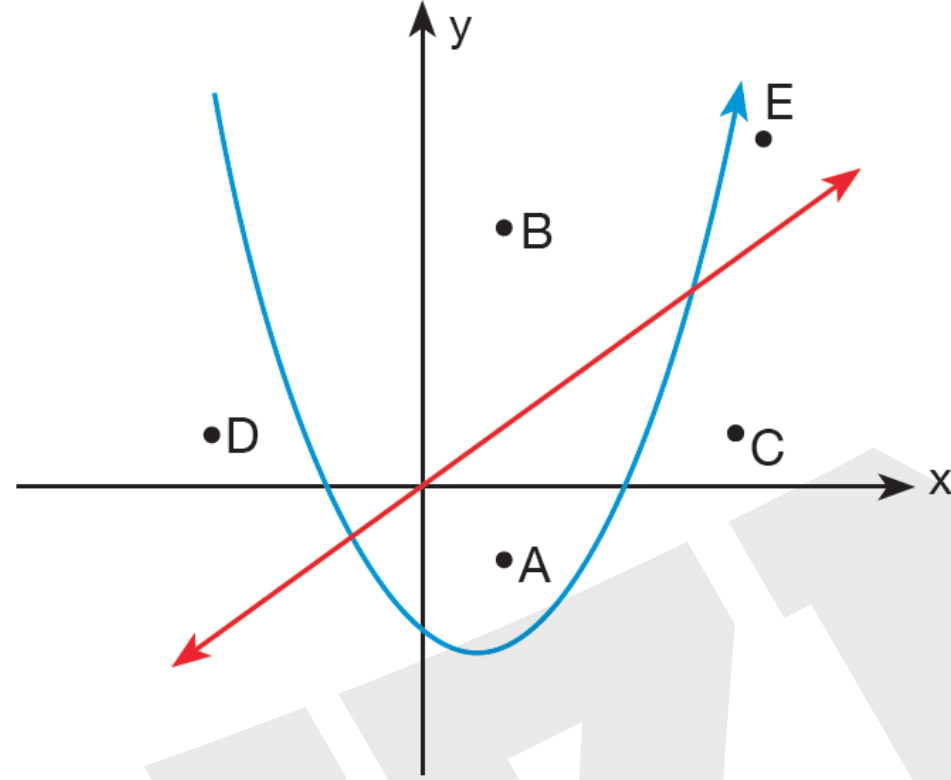
Kerem cevabına baktığında cevabın yanlış olduğunu fark ediyor.

Buna göre, Kerem ilk olarak hangi adımda hata yapmıştır?

- A) I B) II C) III D) IV E) V



Örnek:



Şekilde $y = x^2 - 3x - 4$ parabolü ile $y = \frac{x}{2}$ doğrusunun grafiği verilmiştir.

Düzlemde verilen A, B, C, D ve E noktalarından hangisi,

$$y < x^2 - 3x - 4$$

$$0 < x - 2y$$

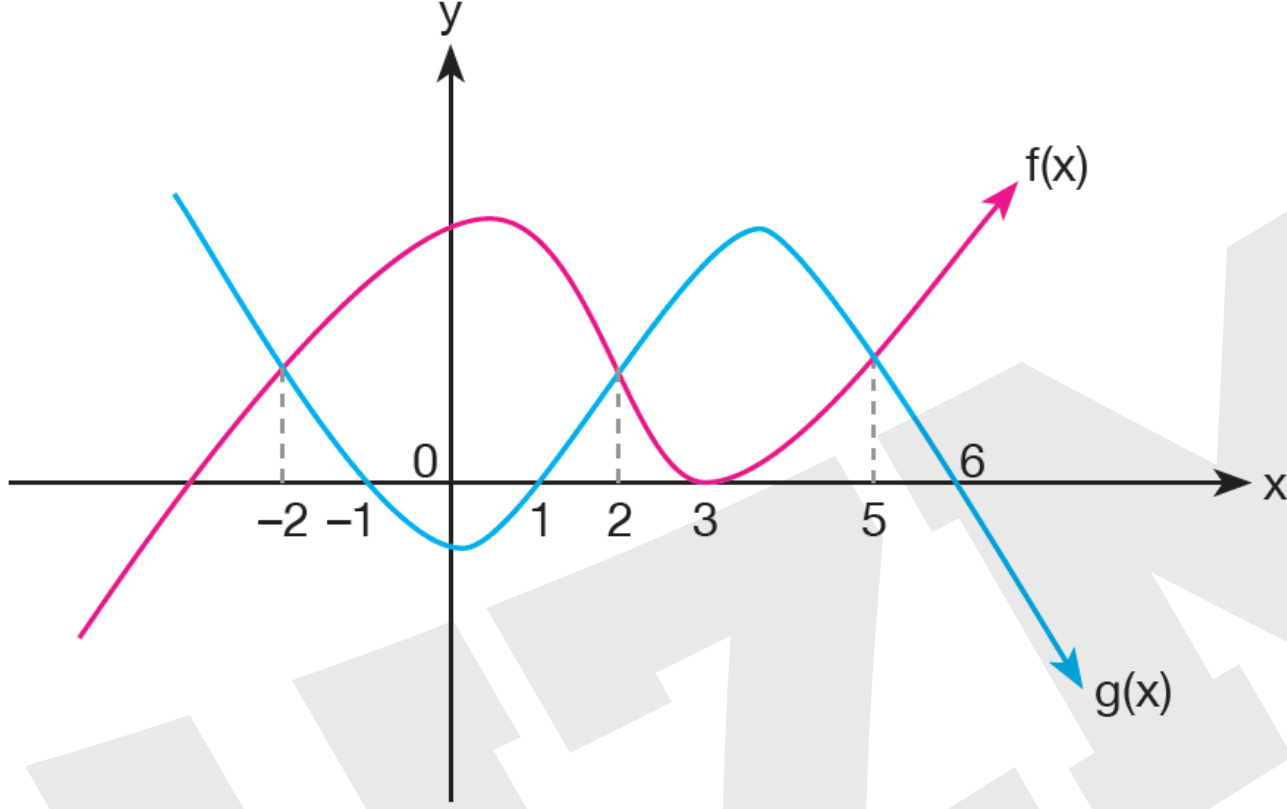
eşitsizlik sistemini sağlar?

- A) E B) D C) C D) B E) A



Örnek:

Aşağıda $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



Buna göre,

$$f(x) - g(x) \leq 0$$

eşitsizliğin en geniş çözüm kümesi nedir?

- A) $(-\infty, -1) \cup [6, \infty)$ B) $[-2, 3] \cup [6, \infty)$
C) $[-2, 2] \cup [5, \infty)$ D) $(-\infty, -1] \cup [1, 6]$
E) $(-\infty, -2] \cup [2, 5]$